TESTES DE HIPÓTESES

Conceitos,

Testes de 1 proporção, Testes de 1 média

Testes de Hipóteses

População

Conjectura (hipótese) sobre o comportamento de variáveis

Decisão sobre a admissibilidade da hipótese

Amostra

Resultados reais obtidos

Hipóteses de um Teste

- H_o - Hipótese Nula: aceita como verdadeira até haver prova estatística em contrário.
- H_1 - Hipótese Alternativa:
  - hipótese que será aceita, se os dados mostrarem evidências suficientes para a rejeição da hipótese nula.
  - geralmente, é a própria hipótese da pesquisa.
  - comumente especificada em termos de parâmetros populacionais, usando $\neq$, $>$ ou $<$.

Exemplo 1

- Suspeita-se que uma moeda não seja perfeitamente equilibrada (P(cara) $\neq$ P(coroa) $\neq$ 0,5)

π = probabilidade de cara

H_o: $\pi = 0,5$

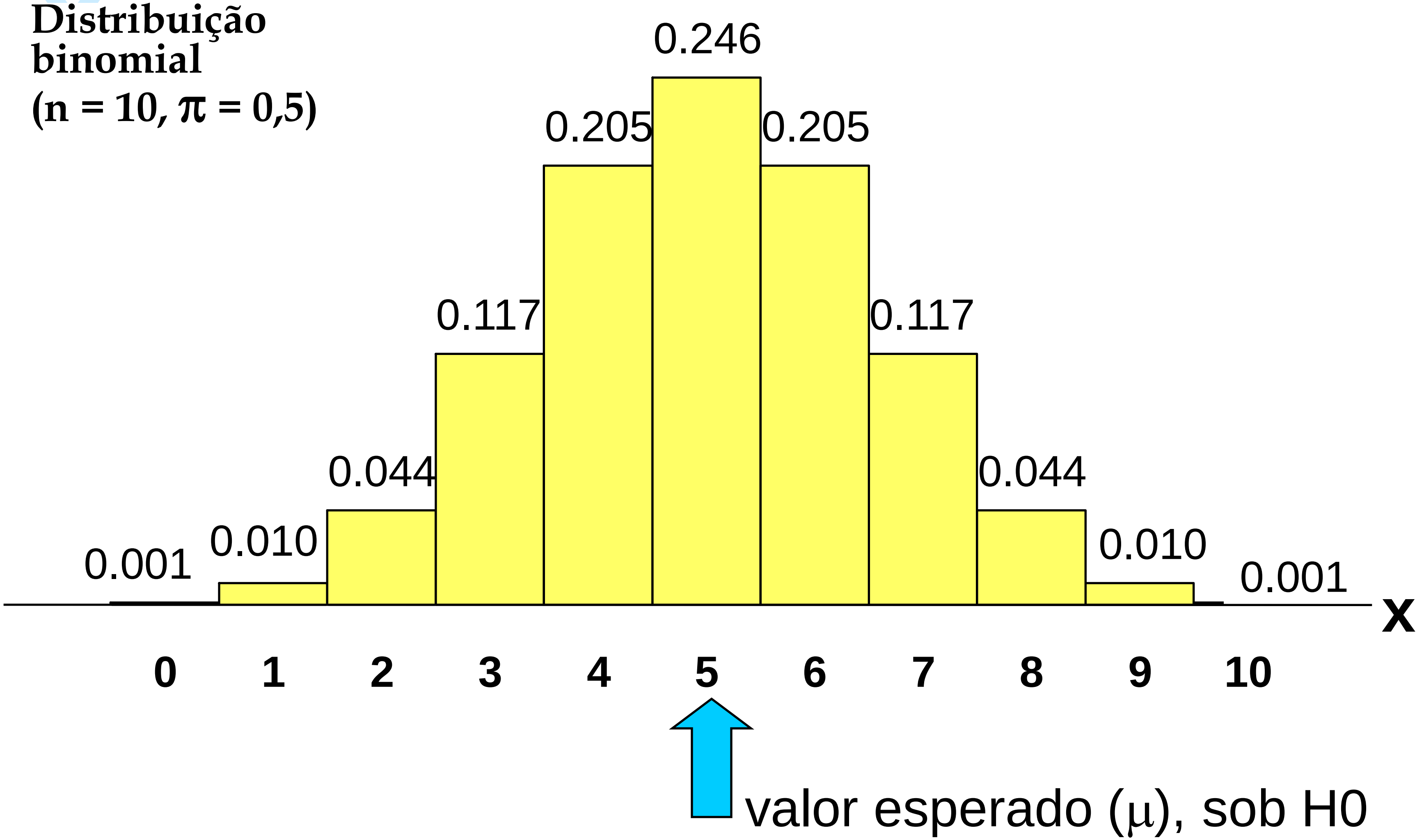
H_1: $\pi \neq 0,5$

Exemplo 1

- Para se tomar a decisão de se aceitar, ou não, que a probabilidade de cara da moeda é de 50% (H_0), tomou-se uma amostra de **10** lançamentos da moeda e observou-se o número **X** de caras (**X** = estatística do teste).
- **Situação 1**: Valor obtido: **X = 10** caras. Qual seria a conclusão?
- **Situação 2**: Valor obtido: **X = 7** caras. Qual seria a conclusão?

Distribuição de referência para o Exemplo 1

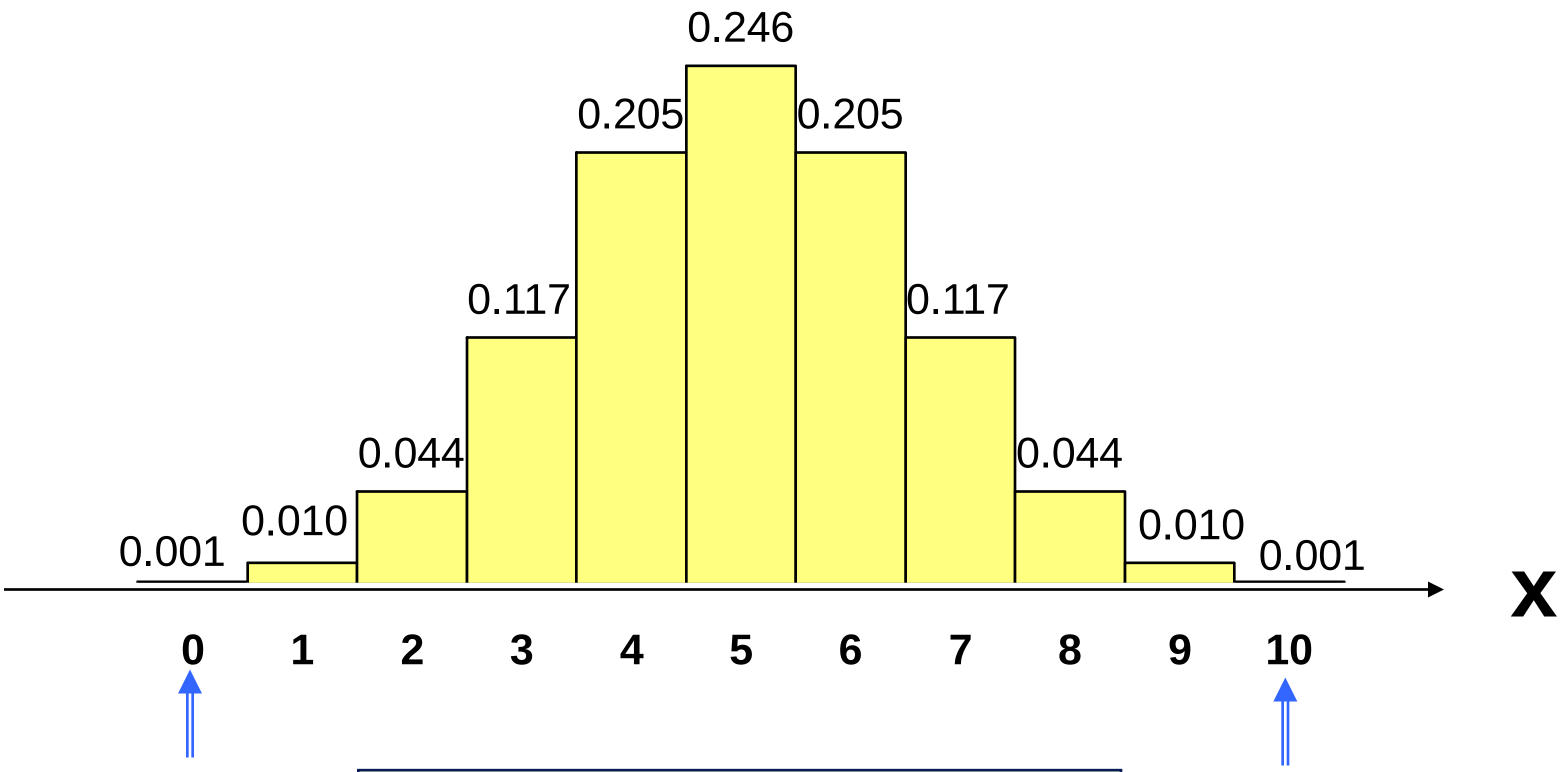
Distribuição binomial
($n = 10$, $\pi = 0,5$)



Probabilidade de significância ou valor p

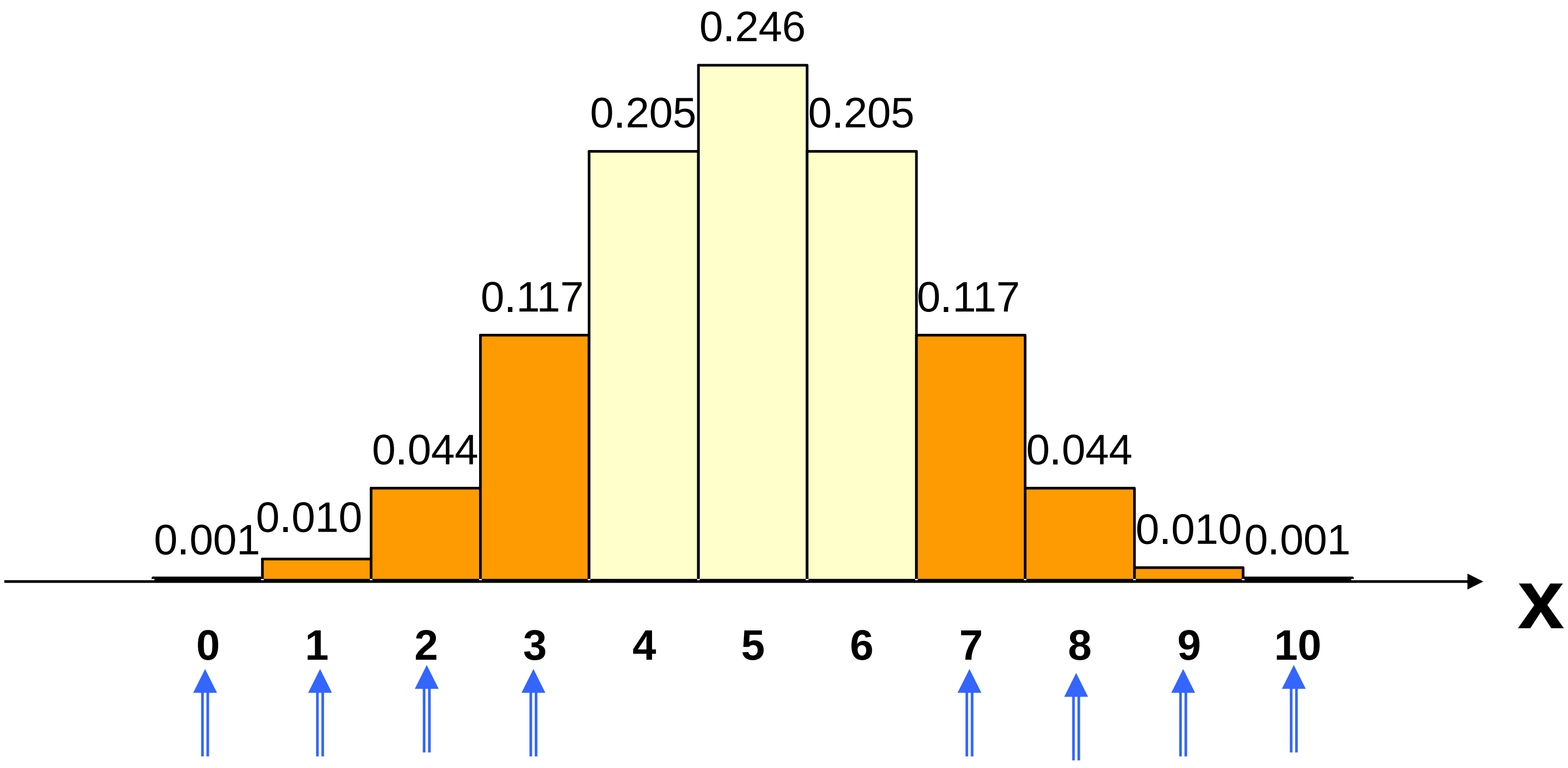
- Probabilidade da estatística do teste acusar um resultado tão (ou mais) distante do esperado quanto o resultado ocorrido na amostra observada.
- Usada para avaliar a chance de o resultado obtido ter ocorrido por acaso.

Situação 1



p = 0,002 ou 0,2%

Situação 2



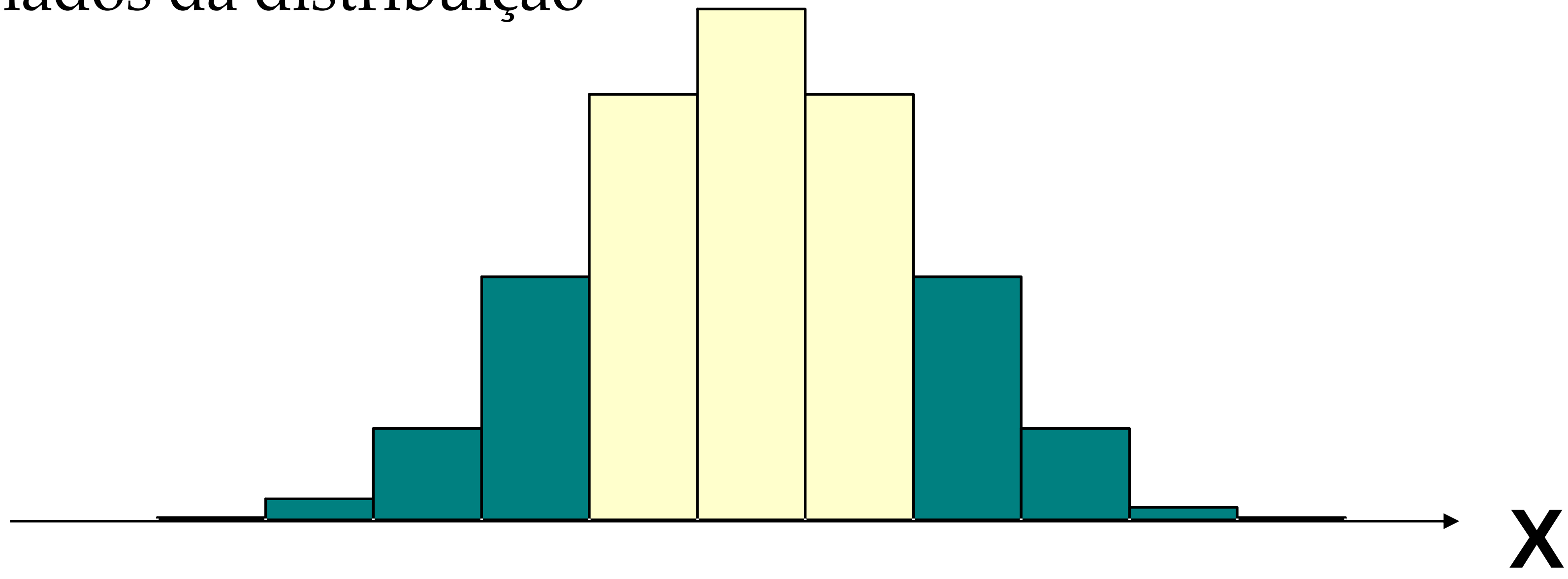
p = 0,344 ou 34,4%

Nível de significância (α)

- Probabilidade de rejeitar H_0, quando H_0 for verdadeira. É comum usar $\alpha = 0{,}05$ (α é arbitrado pelo pesquisador)
- Se $p < \alpha$ => Rejeitar H_0, prova-se H_1. Os dados mostram que há evidência estatística suficiente para provar H_1.
- Se $p \geq \alpha$ => Aceitar H_0, não se prova H_1. Os dados NÃO mostram evidência estatística suficiente para provar H_1.
- Cuidado com os casos de fronteira: $p \cong \alpha$.

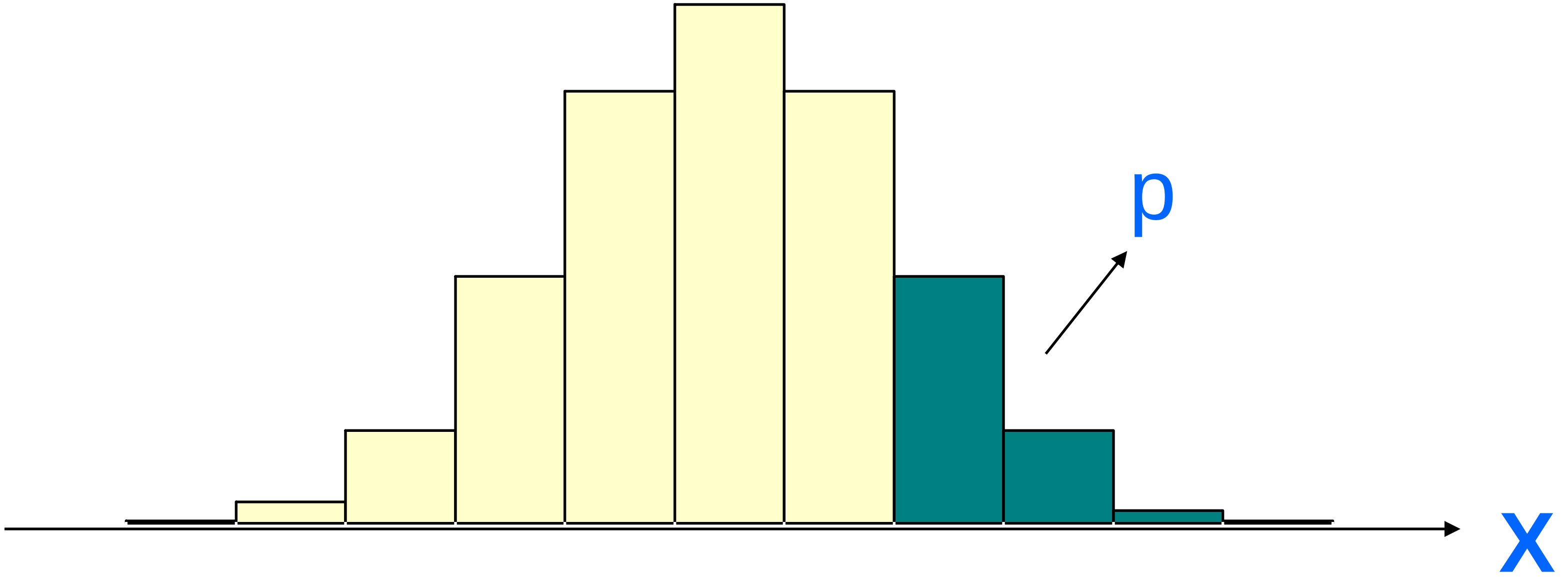
Testes Bilaterais

- O teste bilateral é empregado quando se deseja detectar variações no parâmetro, tanto para mais quanto para menos.
- A hipótese alternativa (H_1) diz que o parâmetro é diferente ($\neq$) do valor estipulado na hipótese nula.
- A probabilidade de significância, p, é obtida usando os dois lados da distribuição



Testes Unilaterais

- Num teste unilateral, a hipótese alternativa (H_1) diz que o parâmetro é maior (unilateral à direita) ou menor (unilateral à esquerda) do que o valor estipulado na hipótese nula.
- A probabilidade de significância, p, é obtida usando apenas um dos lados da distribuição.



Exercício 1

- Para testar se uma moeda é viciada, lança-a **12** vezes de forma independente e imparcial. Ocorreu **1** cara. Qual é a conclusão, ao nível de significância de 5%?
- Hipóteses:

$$\mathbf{H_o: \pi = 0,5}$$

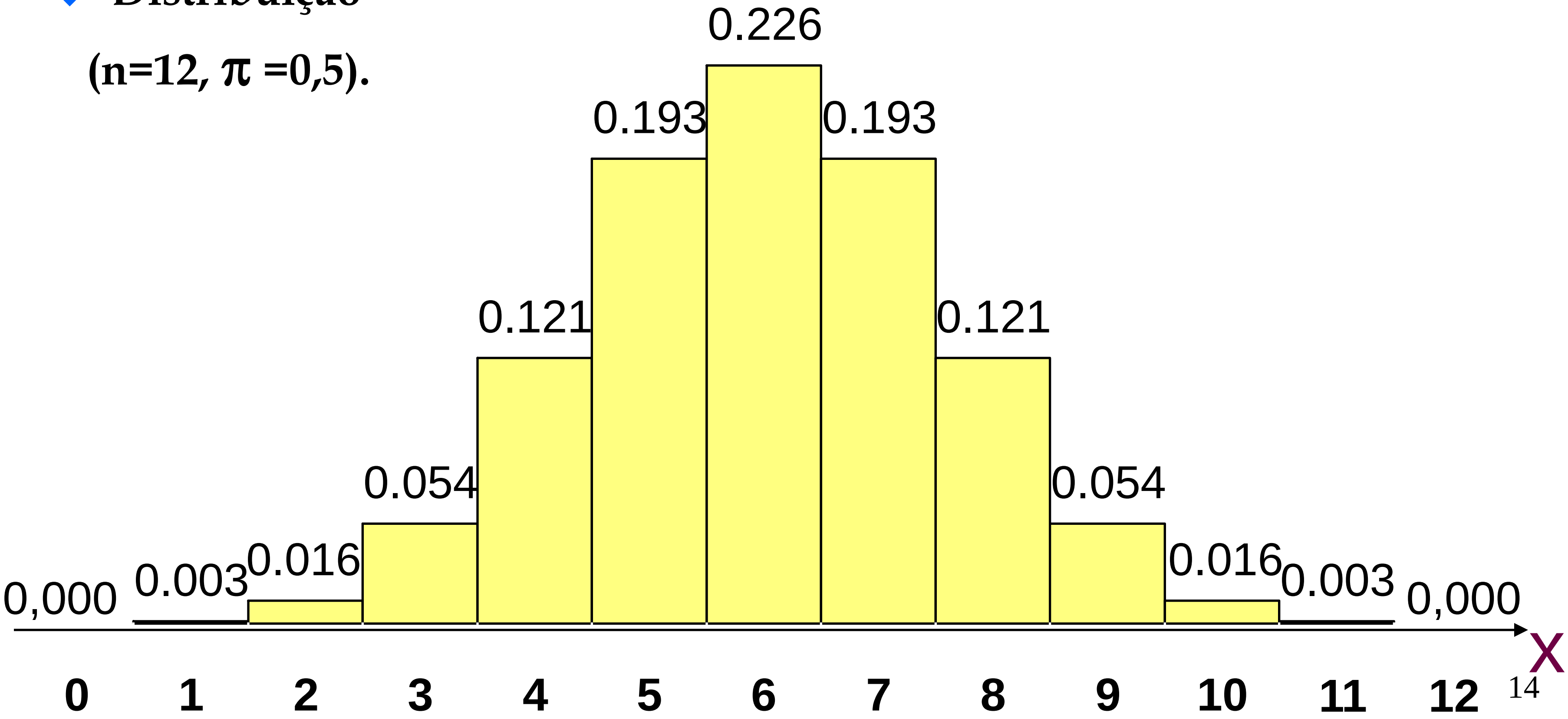
$$\mathbf{H_1: \pi \neq 0,5}$$

π = probabilidade de cara

Exercício 1

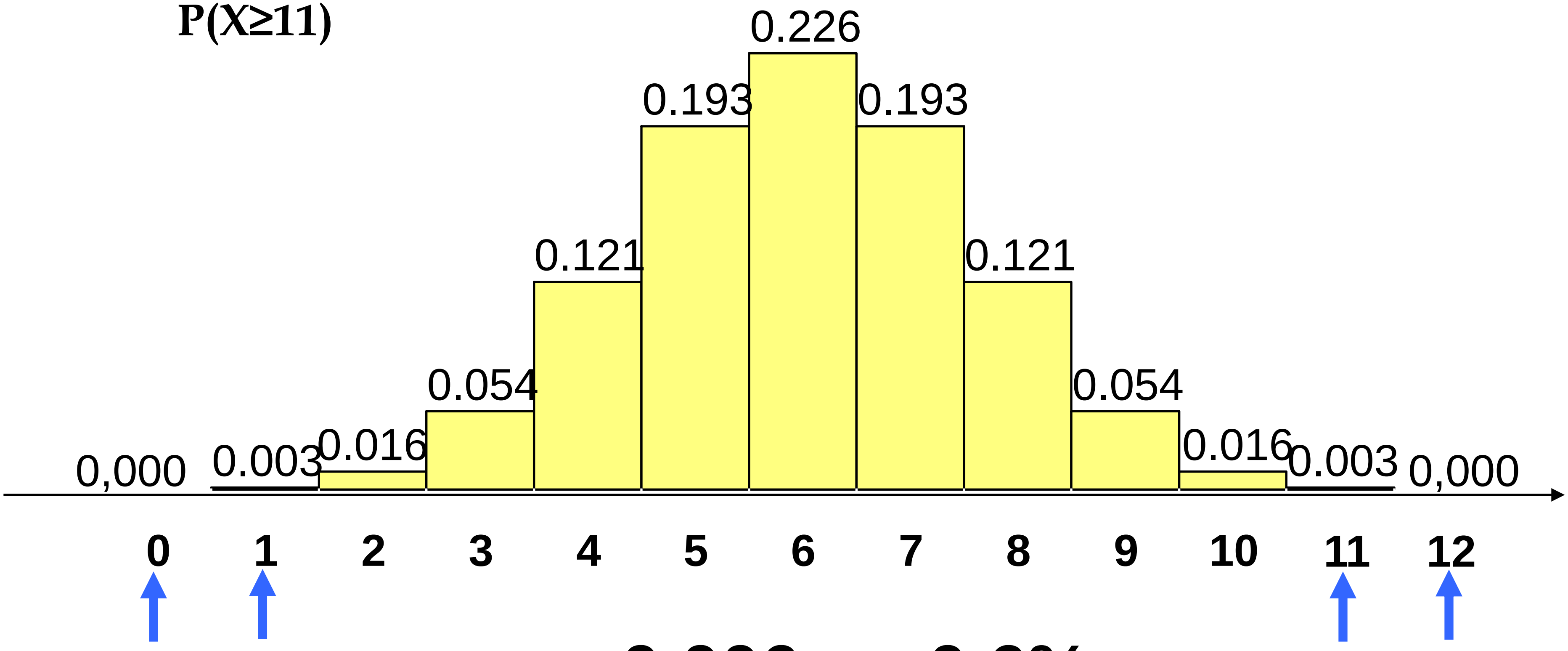
- **Distribuição**

  (n=12, π =0,5).



Exercício 1

- **P(X≤1) ou P(X≥11)**



p = 0,006 ou 0,6%

Exercício 1

- $p = 0{,}6\% \;\; < \;\; 5\% \qquad (\alpha = 5\%)$
- O teste **rejeita H_0**, ao nível de significância de 5%.
- Provou-se estatisticamente que a moeda é viciada

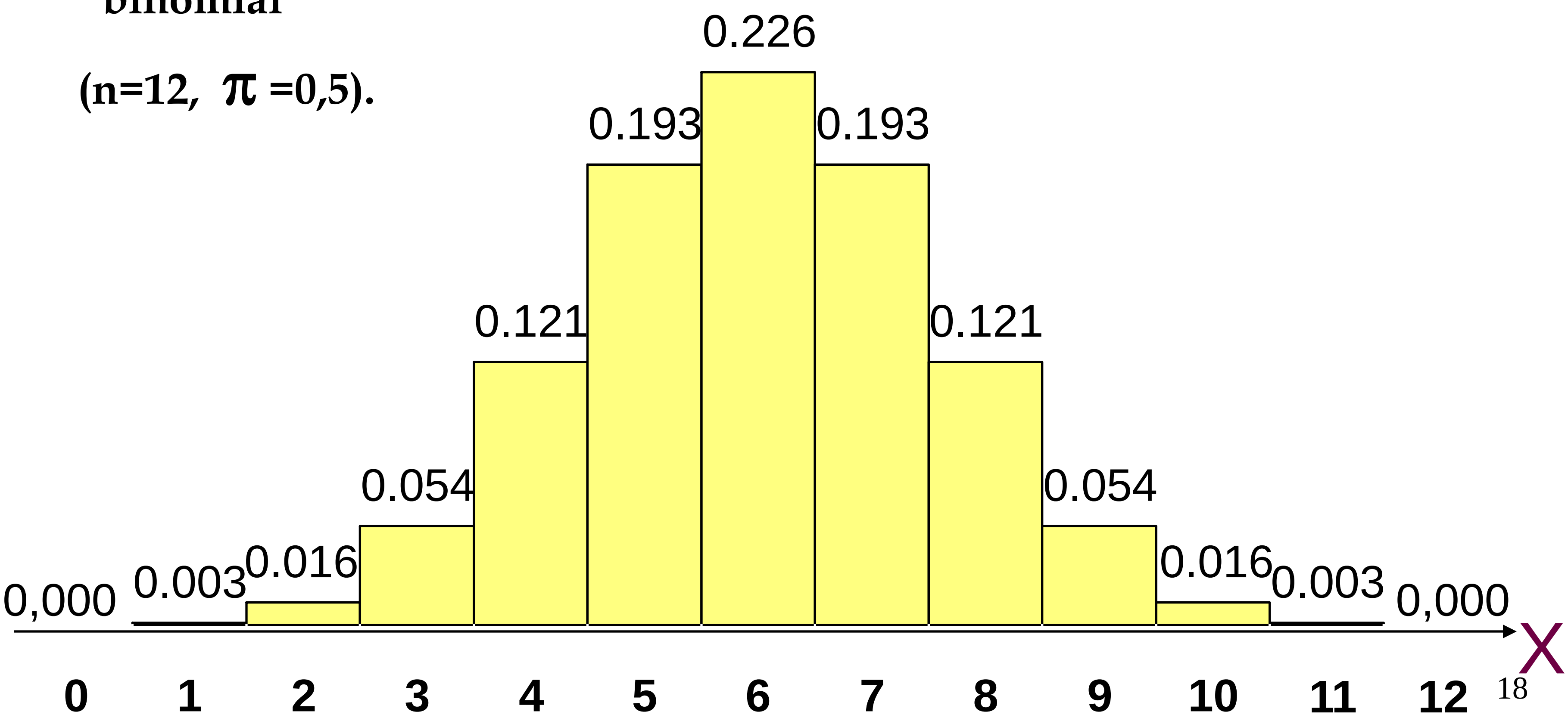
Exercício 2

- Para testar se existe diferença entre dois tipos de argamassas (A e B), observou-se, em **12** diferentes paredes de teste, a aderência de cada argamassa. Em **3** casos a argamassa A apresentou melhor aderência. Nos demais, a argamassa B foi melhor. Qual a conclusão ao nível de significância de 5%?
- Hipóteses:
  - H0: $\pi = 0,5$
  - H1: $\pi \neq 0,5$
- π = probabilidade da argamassa A apresentar melhor aderência do que a argamassa B.

Exercício 2

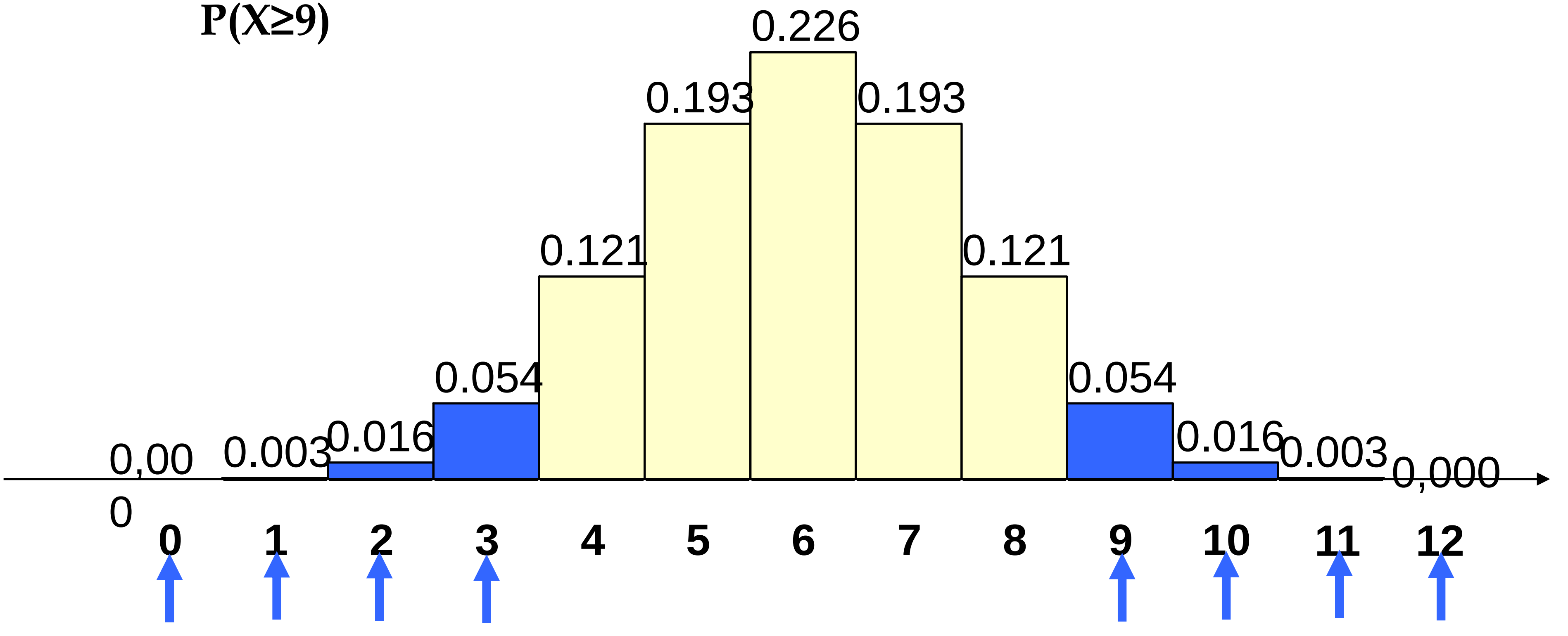
- **Distribuição binomial**

(n=12, π =0,5).



Exercício 2

- **P(X≤3) ou P(X≥9)**



p = 0,146 ou 14,6%

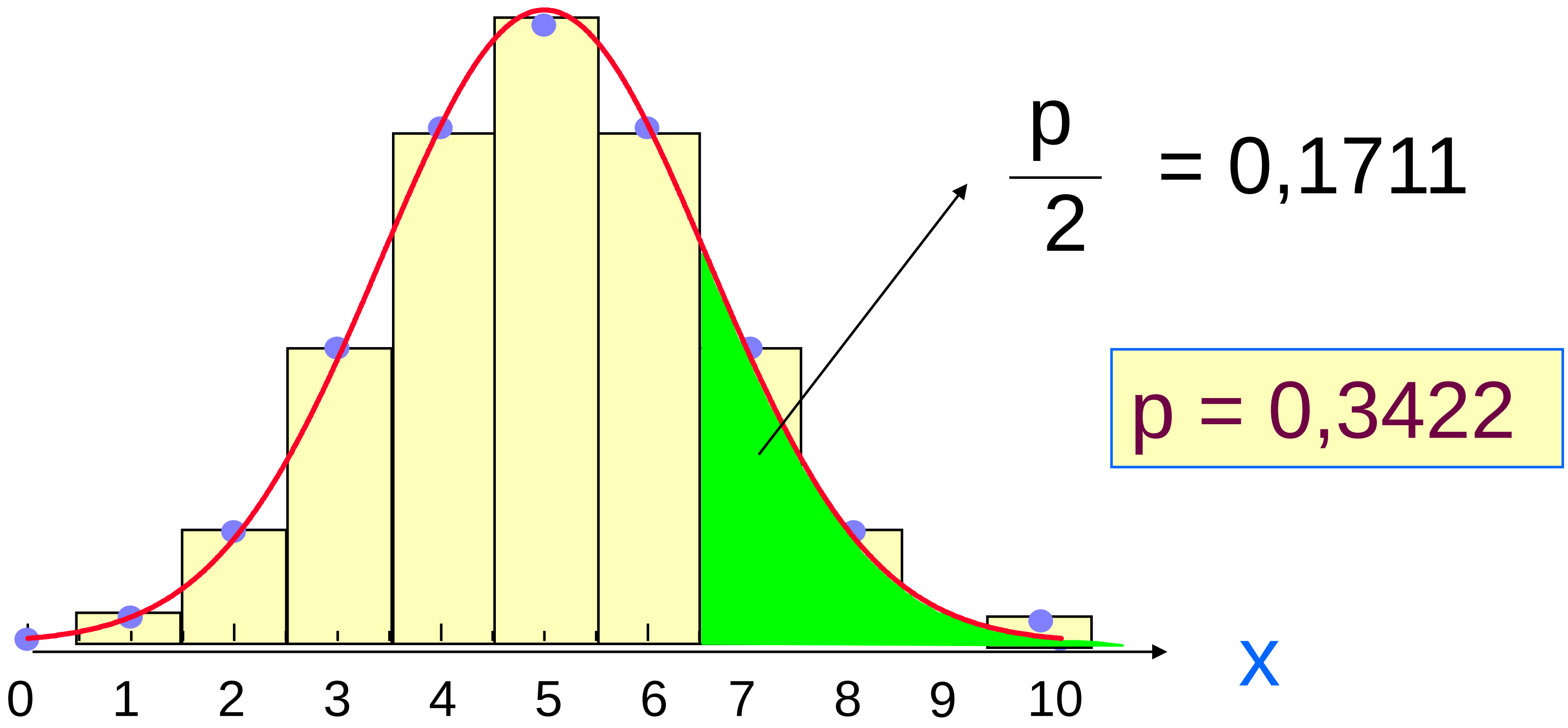
Exercício 2

- $p = 14{,}6\%$ **> 5%** $(\alpha = 5\%)$
- O teste **aceita** H_0, ao nível de significância de 5%.
- **Não** se pode afirmar que a probabilidade da argamassa A apresentar melhor aderência do que a B seja diferente de 0,5.
- **Não** se pode afirmar que existe diferença entre os dois tipos de argamassa, em termos da aderência.

Exemplo 2

- Distribuição binomial ($n=10$, $\pi=0{,}5$)
- $n \times \pi = 5$ $\quad$ $n \times (1-\pi) = 5$ $\quad$ **==> OK!**
- Pode ser usada a aproximação pela normal.
- $\mu = n \times \pi = 5$ $\quad$ $\sigma^2 = n \times \pi \times (1-\pi) = 2{,}5$

Exemplo 2



Teste de 1 média

σ^2 conhecida $$Z = \frac{(\bar{x} - \mu_0) \times \sqrt{n}}{\sigma}$$

σ^2 desconhecida $$t_{n-1} = \frac{(\bar{x} - \mu_0) \times \sqrt{n}}{s}$$

- Calcular valor-p apropriado (teste unilateral ou bilateral) e comparar com o nível de significância.
  - Valor-p $< \alpha$ => Rejeitar H_0.
  - Valor-p $\geq \alpha$ => Aceitar H_0.
- Interpretar a decisão no contexto do problema.

Teste de 1 proporção

Se $n \times \pi_0 \geq 5$ **E** $n \times (1 - \pi_0) \geq 5$

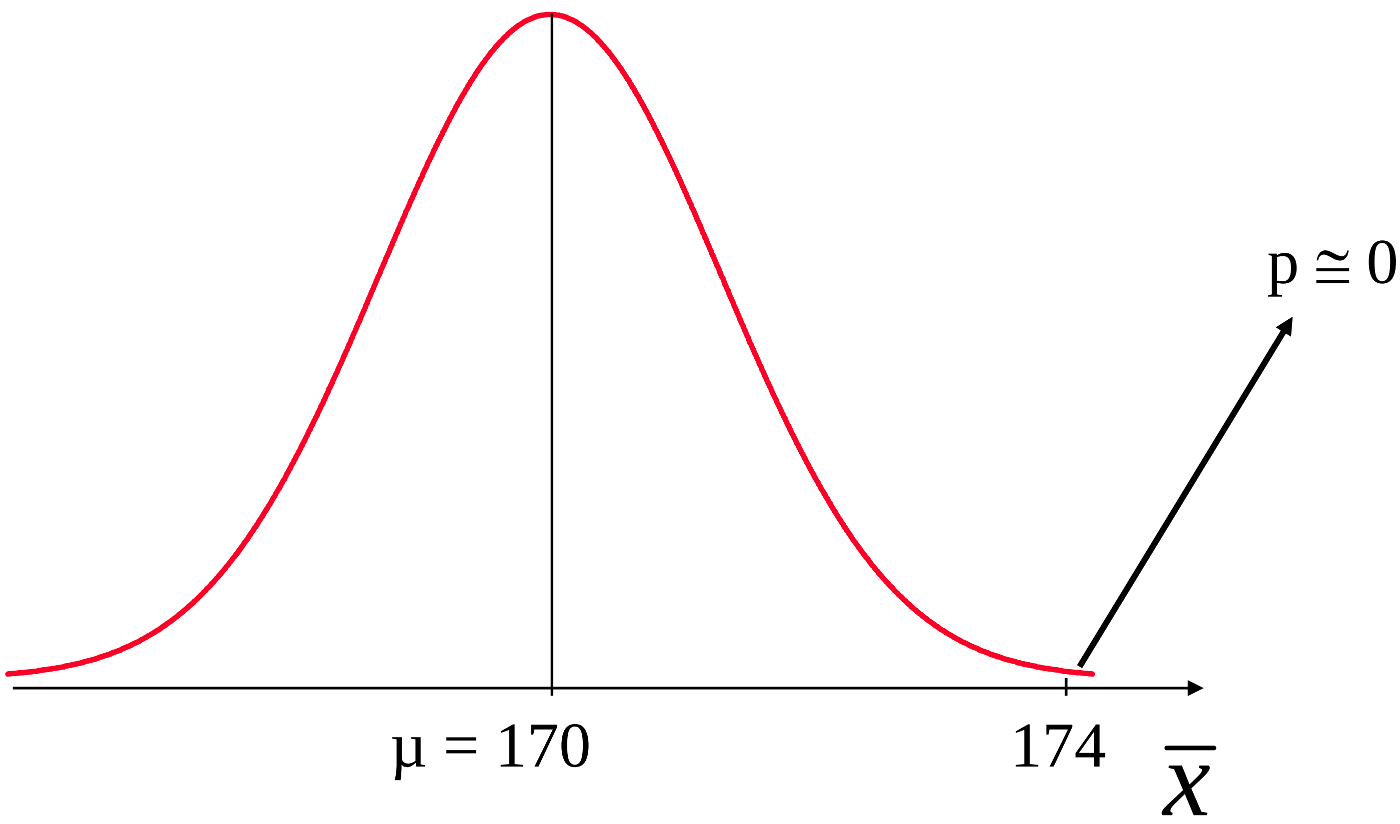
$$Z = \frac{(p - \pi_0)}{\sqrt{\frac{\pi_0 \times (1 - \pi_0)}{n}}}$$

- Calcular valor-p apropriado (teste unilateral ou bilateral) e comparar com o nível de significância.
  - Valor-p < α => Rejeitar H_0.
  - Valor-p $\geq \alpha$ => Aceitar H_0.
- Interpretar a decisão no contexto do problema.

Exercício 3

- Há interesse em avaliar se a média de altura de homens adultos em um estado brasileiro é substancialmente maior do que 170 cm.
- Sabe-se que a altura segue uma distribuição NORMAL e que o desvio padrão populacional da altura vale 10 cm.
- Retirou-se uma amostra aleatória de 200 elementos, obtendo uma média de 174 cm.
- Use 5% de significância.

Exercício 3



$s = \sigma/\sqrt{200} = 10/\sqrt{200} = 0{,}707$

$z = (174 - 170)/0{,}707 = 5{,}65$

Exercício 3

- $p = 0\% < 5\% \quad (\alpha = 5\%)$
- O teste **rejeita** H_0, ao nível de significância de 5%.
- Pode-se afirmar (ao nível de significância de 5%) que a média de altura é maior do que 170 cm.

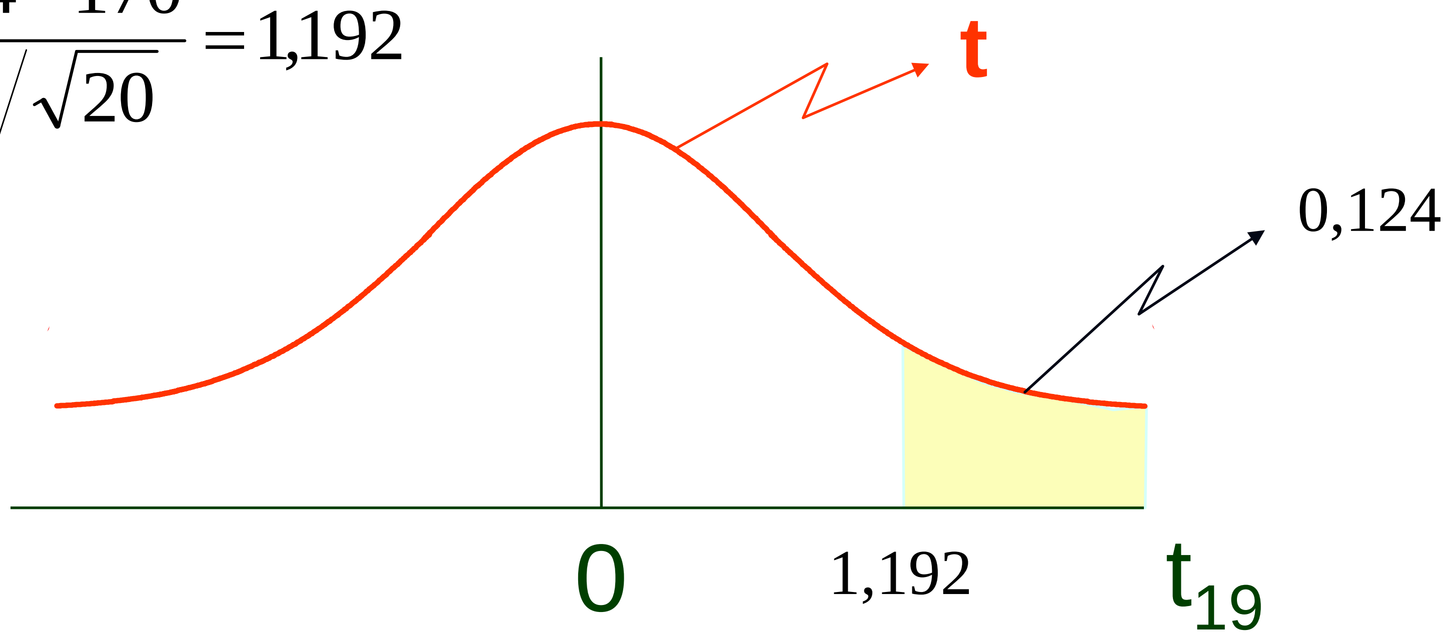
Exercício 4

- Há interesse em avaliar se a média de altura de homens adultos em um estado brasileiro é substancialmente maior do que 170 cm.
- Sabe-se que a altura segue uma distribuição NORMAL e DESCONHECE-SE o desvio padrão populacional.
- Retirou-se uma amostra aleatória de 20 elementos, obtendo uma média de 174 cm e desvio padrão de 15 cm.
- Use 5% de significância.

Exercício 4

Necessário usar distribuição t de Student com 19 graus de liberdade:

$$t_{19} = \frac{174 - 170}{15/\sqrt{20}} = 1{,}192$$



Exercício 4

- $p = 12{,}4\% \;>\; 5\% \quad (\alpha = 5\%)$
- O teste **aceita** H_0, ao nível de significância de 5%.
- Não se pode afirmar (ao nível de significância de 5%) que a média de altura é maior do que 170 cm.