

# 3

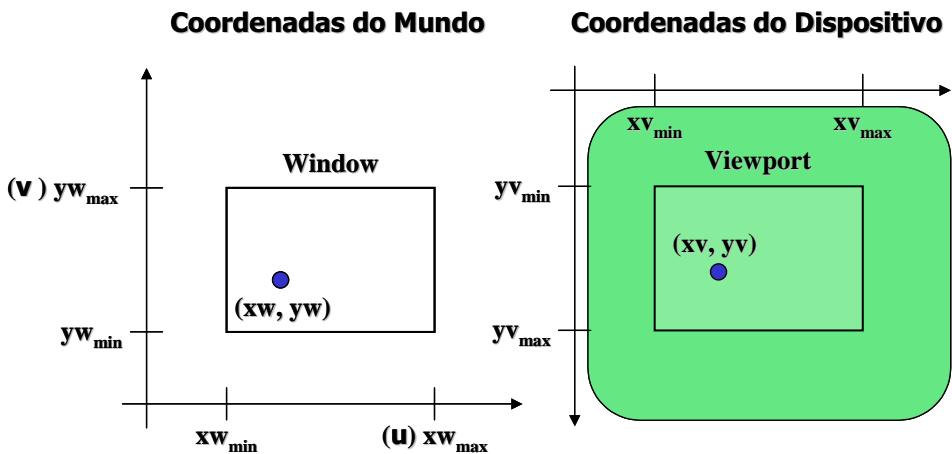
## COORDENADAS DE WINDOW E CLIPPING

*Neste capítulo vamos abordar duas coisas muito importantes: um sistema de coordenadas que vai nos permitir um grau de liberdade muito maior na navegação com a window pelo mundo e uma técnica de otimização de visualização que nos permitirá determinar quais partes do mundo serão mostradas na tela e assim calcular apenas a visualização destas, chamados Métodos de Clipping ou de Recorte. Além disso veremos conceitos como: View Up Vector, Sistema de Coordenadas Normalizado ou de Window.*

### 3.1. MÉTODOS PARA CÁLCULO DE VISUALIZAÇÃO EM 2D

Para motivar este capítulo vamos recapitular alguns dos conceitos mais importantes vistos até o momento: para representar um mundo virtual qualquer em uma tela de computador, precisamos, além de uma estrutura de dados denominada display file, que contém esse mundo, de três outras entidades. Estas entidades são: uma área virtual, que representa uma parte do mundo que queremos mostrar, uma área física, que representa uma parte do vídeo onde queremos desenhar esta parte do mundo e uma transformação que nos

Figura 3.24. Transformada Window-para-Viewport:



permite calcular como vamos desenhar esta parte do mundo no vídeo. Chamamos a estas entidades de:

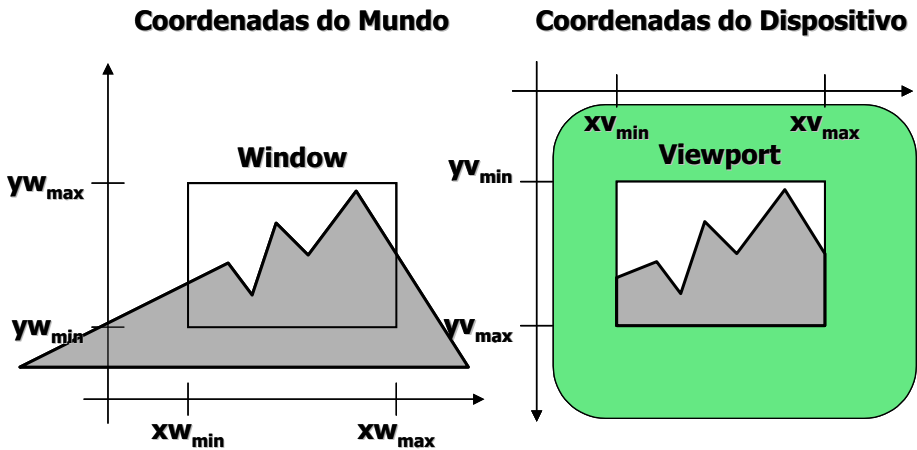
- **Window** (estrutura de dados - janela): Uma área de world-coordinates (coordenadas do mundo) selecionada para ser mostrada;
- **Viewport** (estrutura de dados - área de desenho da tela): Uma área em um dispositivo de display para a qual o conteúdo de uma window é mapeado;
- **Transformação de visualização** (transformação - *viewing transform*): É o mapeamento de uma parte de uma cena em coordenadas do mundo para coordenadas de dispositivo. Executado pela transformada de viewport.

Até o momento vimos apenas uma forma de realizar a transformação de visualização. Esta forma é através de um mapeamento direto da window para a viewport.

#### Desvantagens do mapeamento direto window->viewport

- Navegação limitada.
- Eixos de coordenadas de window e de viewport são sempre paralelos

Figura 3.25. Visualização de mundos complexos em duas dimensões



- Transformada de viewport é apenas uma transformação de escala;
- Operações como rotação da window são impossíveis.

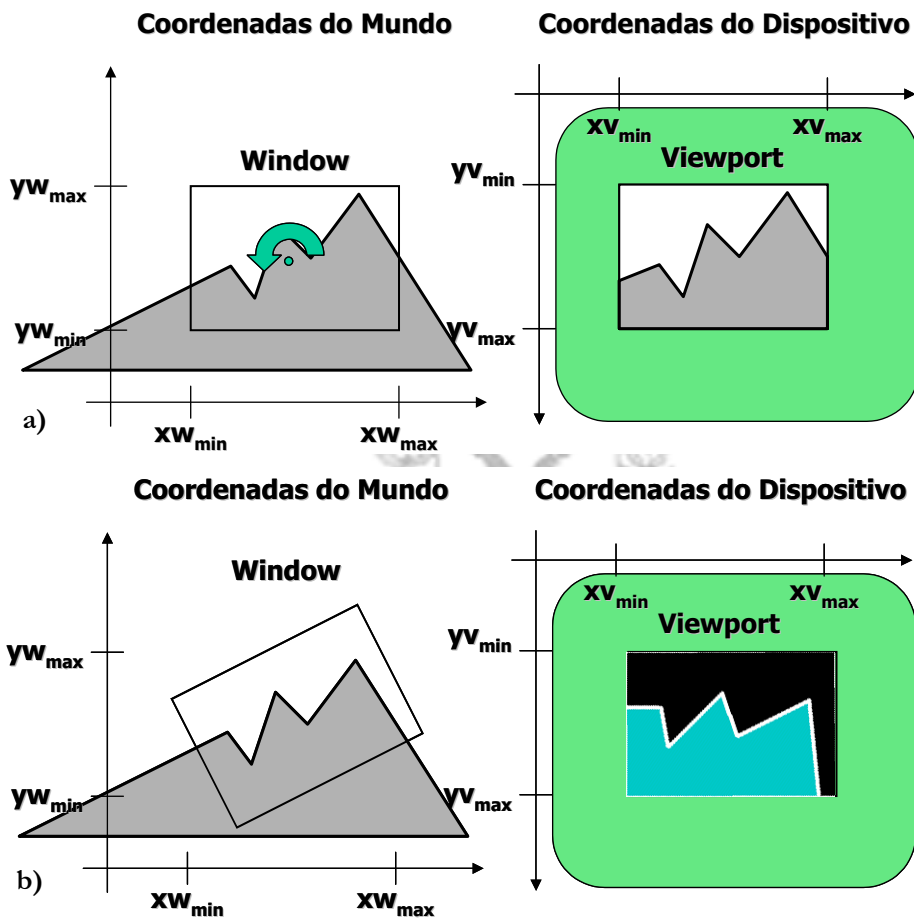
Para adquirir independência de dispositivo, os windows são tipicamente definidos dentro de um quadrado unitário ou normalizado (*normalized coordinates*)

Window: Para permitir todos os graus de liberdade na navegação no mundo, uma window deveria ser um retângulo com qualquer orientação

#### Estendendo o conceito de Window

- Até agora foi visto apenas windows paralelas ao sistema de coordenadas do mundo.
- Para estendermos uma window de forma a podermos realizar o efeito de panning, mesmo em 2D, temos de definir um terceiro sistema de coordenadas intermediário, entre o sistema de coordenadas do mundo e o sistema de coordenadas do vídeo.
- Este sistema de coordenadas pode ser chamado de *sistema de coordenadas normalizado* ou *sistema de coordenadas de plano de projeção*.

Figura 3.26. Em (a) vemos a window em sua posição original na cena 2D e como aparece o recorte da cena por ela delimitado quando mostrado na viewport. Se rotacionamos a window em sentido anti-horário na cena, teremos a situação mostrada em (b): os eixos da window não estão mais paralelos aos eixos de coordenadas do mundo e a viewport passará a mostrar a cena como se houvésemos rotacionado o mundo em sentido horário.



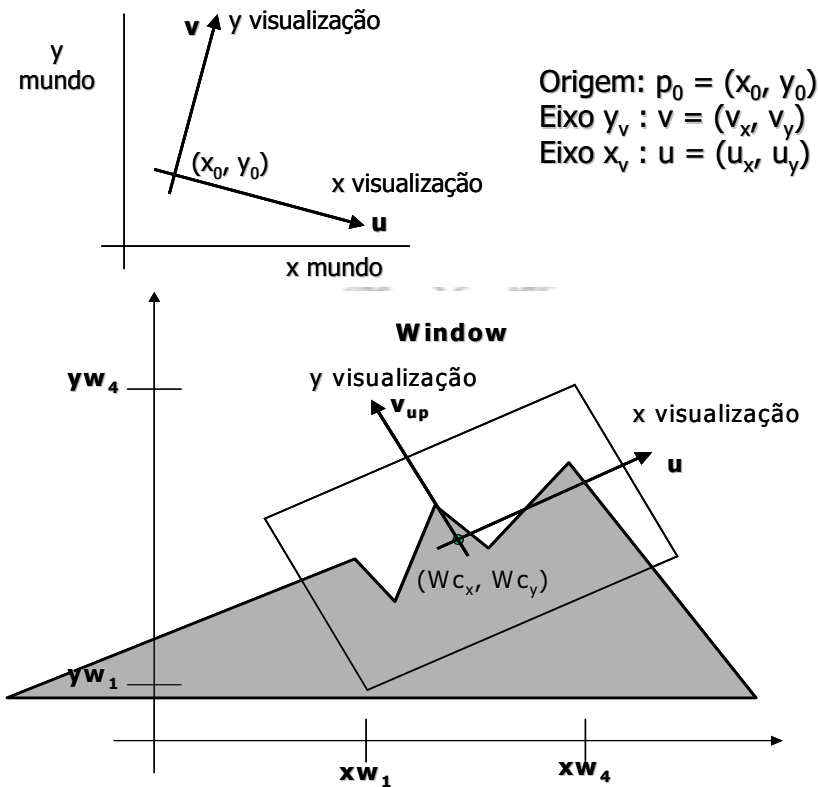
### 3.2. O SISTEMA DE COORDENADAS NORMALIZADO

Para criar um esquema flexível de referência para a especificação do window em relação às coordenadas do mundo criou-se o *sistema de coordenadas normalizado* - SCN. Este sistema de coordenadas definia um conjunto de coordenadas próprias para a window. Era chamado de normalizado porque se definia a window como tendo tamanho unitário quando representada nele.

O SCN é um nível de representação intermediário entre as coordenadas de tela (viewport) e as coordenadas de mundo (WC). Como define um novo sistema de coordenadas próprio para a window, permite um grau de liberdade a mais na navegação com a window: a *rotação da window*. Calcular a visualização do mundo agora tem de ser realizado em duas etapas: a) Mapear do mundo para o SCN e b) mapear do SCN para coordenadas de viewport. O mapeamento SCN  $\rightarrow$  viewport é uma transformação de escala apenas, pois seus eixos de coordenadas são paralelos para windows retangulares.

- Origem das coordenadas de visualização:  $P_0 = (x_0, y_0)$
- *View up vector*  $v_{up}$ : Define a direção  $y_v$  de visualização

Figura 3.27. A origem do SCN é definida como sendo o centro da window.



Para uma determinada viewport conhecida, podemos calcular uma única matriz de transformação composta em coordenadas homogê-

neas. Toda vez que movemos ou rotacionamos a window temos de recalcular esta matriz de transformação. Fazer isto, porém, tem implicações sobre o cálculo do que é visível e do que cai fora da window/viewport. Veremos isto mais adiante. O procedimento padrão, se desejamos utilizar SCN, é mapear de WC para SCN e guardar estas coordenadas.

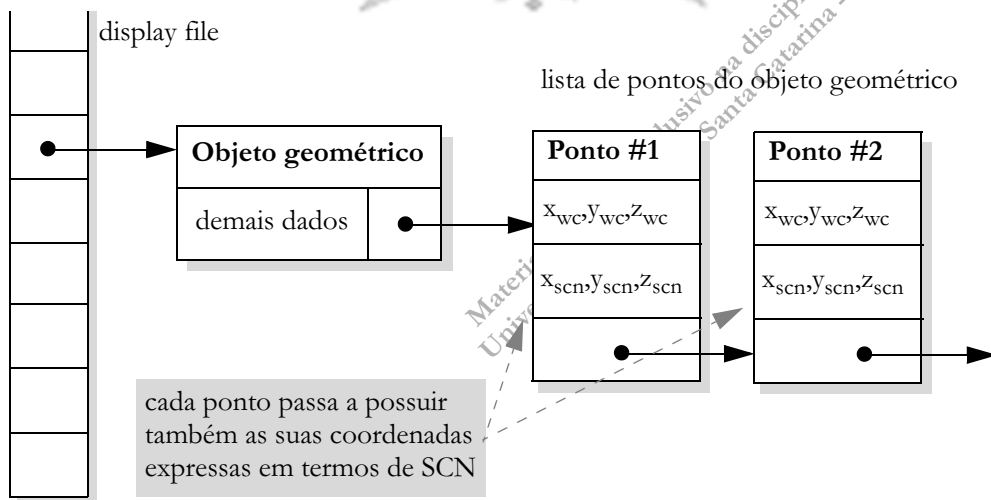
**Implicações do sistema de coordenadas normalizado**

Cada objeto do mundo agora é representado em dois sistemas de coordenadas:

- **Coordenadas do Mundo:** suas coordenadas reais. Abreviamos por WC - World Coordinates;
- **Coordenadas Normalizadas:** coordenadas do objeto expressas em termos de **u** e **v**, com origem em (Wcx, Wcy). Estas coordenadas são recalculadas toda vez que movemos, escalonamos ou rotacionamos a window. Tradicionalmente normalizadas dentro da window para o intervalo [0,1] ou [-1,1]. No exemplo da figura acima estamos utilizando [-1,1] pois colocamos a origem no centro da window. Para usar [0,1] teríamos de colocar a origem no canto inferior esquerdo da window.

O display file pode se estendido para suportar esta representação intermediária, se o desejarmos, da forma como está descrito abaixo..

**Figura 3.28.** Display file estendido para suportar SCN



Antigamente, para tornar um sistema independente do tamanho da viewport e facilitar alguns algoritmos, tornando-os genéricos, usava-se normalizar as coordenadas dos objetos:

- Fixava-se os extremos da window em  $(-1,-1),(1,1)$  ou  $(0,0),(1,1)$ ;
- Ao se transformar de um sistema de coordenadas para o outro, normalizava-se os objetos:
  - Vantagem: tudo que possuir uma coordenada fora do intervalo escolhido está fora da window;
  - Desvantagem: qualquer operação de navegação ou zoom implica em uma nova transformação de normalização de coordenadas, bastante custosa quando não se dispõe de hardware acelerador gráfico com capacidade de multiplicação matricial.

**Por que o nome sistema de coordenadas normalizado ?**

#### Algoritmo Gerar Descrição em SCN

```
0.Crie ou mova a window onde desejar.
1.Translade  $W_c$  para a origem,
   transladando o mundo de  $[-W_{c_x}, -W_{c_y}]$ 
2.Determine  $v_{up}$  e o ângulo de  $v_{up}$  com Y
3.Rotacione o mundo de forma a alinhar  $v_{up}$  com o
   eixo Y, rotacionando o mundo por  $-\theta(Y, v_{up})$ 
4.Normalize o conteúdo da window, realizando um
   escalonamento do mundo.
5.Armazene as coordenadas SCN de cada objeto.
   Você vai usar na transformada de viewport.
Obs.: Conhecendo  $\theta(Y, v_{up})$ , você pode criar uma única
matriz de transformação composta que executa tudo isto.
```

Pode-se continuar a representar a window em termos das unidades de medida do sistema de coordenadas do mundo, apenas introduzindo um novo sistema de eixos de coordenadas sempre paralelos às bordas da window. Chamamos este sistema de *sistema de coordenadas de plano de projeção* - CPP.

Quando não possuímos um hardware gráfico com capacidades de processamento de matrizes à nossa disposição e temos de realizar

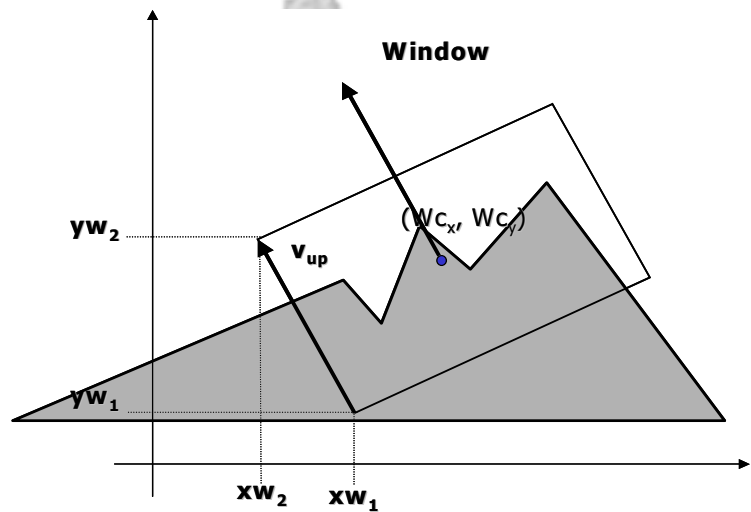
### 3.3. ALTERNATIVAS AO SISTEMA DE COORDENADAS NORMALIZADO

todas as operações via software, o uso do CPP possui várias vantagens.:

- Mantem a unidade de medida do mundo: muito menos operações de divisão;
- Representa  $V_{up}$  por  $(xw_1, yw_1)(xw_2, yw_2)$  ao invés de  $(Wc_x, Wc_y)(v_{upx}, v_{upy})$

Uma vez representados os objetos do mundo em CPP, para todas as operações de navegação que utilizem apenas translações, podemos representar cada operação diretamente no CPP, sem necessidade de recálculo do mapeamento  $WC \rightarrow CPP$ , apenas através de somas e subtrações, sem necessidade de operações matriciais.

Figura 3.29. Alternativas ao Sistema de Coordenadas Normalizado



Criando uma representação de um mundo em CPP: Transformamos o sistema de coordenadas para um sistema com origem em  $Wc$  e eixos paralelos aos limites da Window. O processo é extremamente simples:

- Se  $v_{up}$  for paralelo ao eixo Y, apenas transladamos  $Wc$  para a origem e aplicamos a transformada de viewport;
- Se  $v_{up}$  não for paralelo ao eixo Y, rotacionamos o mundo e a window em torno de  $(Wc_x, Wc_y)$  por  $-\theta(Y, V_{up})$ .



**Algoritmo Gerar Descrição em CPP**

0. Crie ou mova a window onde desejar.

1. Translade  $W_c$  para a origem

Transladar o mundo de  $[-W_{c_x}, -W_{c_y}]$

2. Determine  $v_{up}$  e o ângulo de  $v_{up}$  com  $Y$

3. Rotacione o mundo de forma a alinhar  $v_{up}$  com o eixo  $Y$ , rotacionando o mundo por  $-\theta(Y, v_{up})$

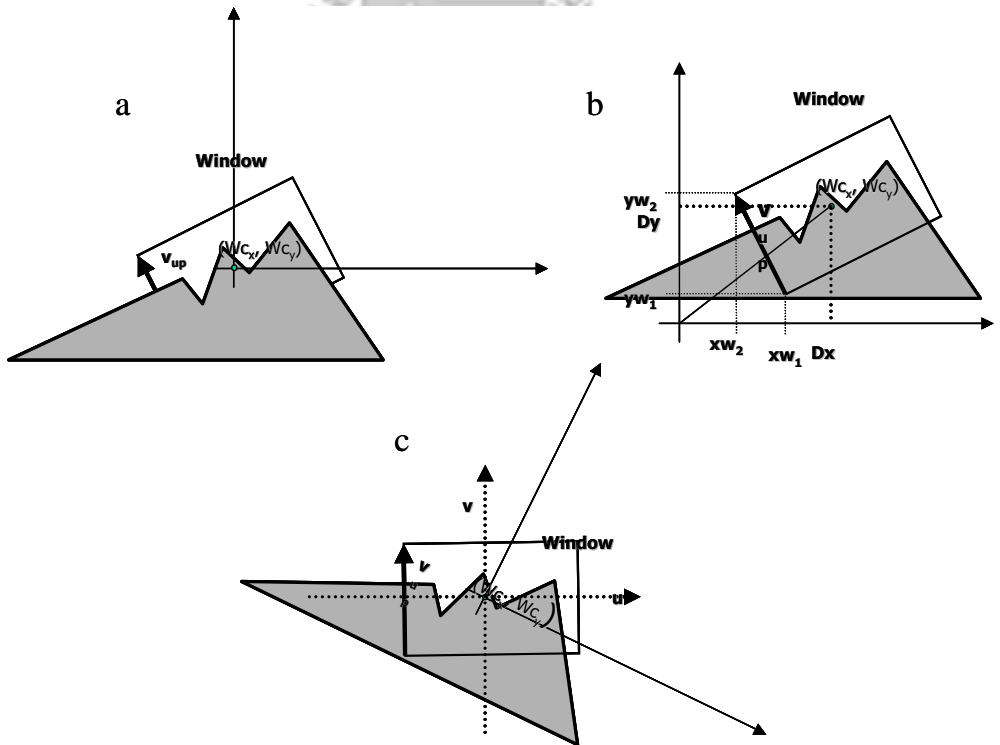
4. Armazene as coordenadas CPP de cada objeto.

5. Armazene as coordenadas CPP da window.

Você vai usar na transformada de viewport

Obs.: Conhecendo  $\theta(Y, v_{up})$ , você pode criar uma única matriz de transformação composta que executa tudo isto.

Figura 3.30. Transformando em coordenadas do plano de projeção.



**Como representar e usar o CPP ?**

Para representar e usar o CPP, altere o display file. Cada objeto gráfico de seu display file passará a possuir dois conjuntos de coordenadas:

- as coordenadas do mundo - WC
- as CPP

Altere a definição da Window: será representada por dois conjuntos de coordenadas também: WC e CPP. Isto é diferente do SCN. Ali não precisávamos representar a própria window em SCN.

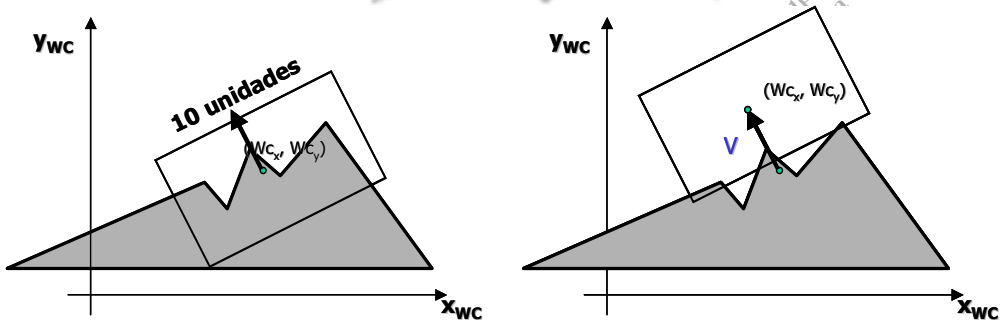
Utilize a representação em CPP dos objetos e da window para a transformada de Viewport.

**3.4. COMO EU NAVEGO NO MUNDO USANDO O CPP ?**

O referencial do usuário que está sentado ao computador é o CPP

- Calcule o deslocamento da window no CPP: Ex.: “seta para cima” faz window mover 10 unidades na direção  $V_{up}$ .
- Mova a Window em termos de WC:
  - Transforme movimento resultante para WC;
  - Mude a posição ou orientação da window no WC;
- A plique o algoritmo Gerar Descrição em CPP

Figura 3.31. Translação oblíqua da window.



Considere o desenho anterior e idealize um “sistema de navegação 2D” para seu ambiente gráfico. Este sistema de navegação é bastante simples: ele possui 4 botões de “deslocamento” da window, que movem a window para “cima”, para “baixo”, para a “esquerda” e para a “direita” no sistema de CPP, que é o sistema de coordenadas no qual a tela de computador do usuário “viaja”. A movimentação da window “para cima” ficaria assim:

- cada toque em um botão “seta para cima” faz a window se mover 10 unidades no CPP;
- o vetor de deslocamento  $V$  é um vetor de mesma direção e sentido que  $V_{up}$  e norma 10;
- $V_{up}$  em WC você tem: são os limites da window;

Um procedimento possível:

- Translade  $V_{up}$  em WC para a origem;
- Calcule um vetor de módulo 10 sobre  $V_{up}$ ;
- Tome as projeções  $D_x, D_y$  de  $V$  sobre os eixos e adicione a todos os pontos da window e ao  $W_c$ .

Pode ser realizado em dois passos:

- Considere a window como um objeto gráfico qualquer e aplique a rotação de objetos sobre um ponto arbitrário à window em WC;
- Recalcule as coordenadas do mundo em PPC aplicando o algoritmo Gerar Descrição em CPP;
  - Observe que o mundo será girado na direção contrária àquela que você girou a window;

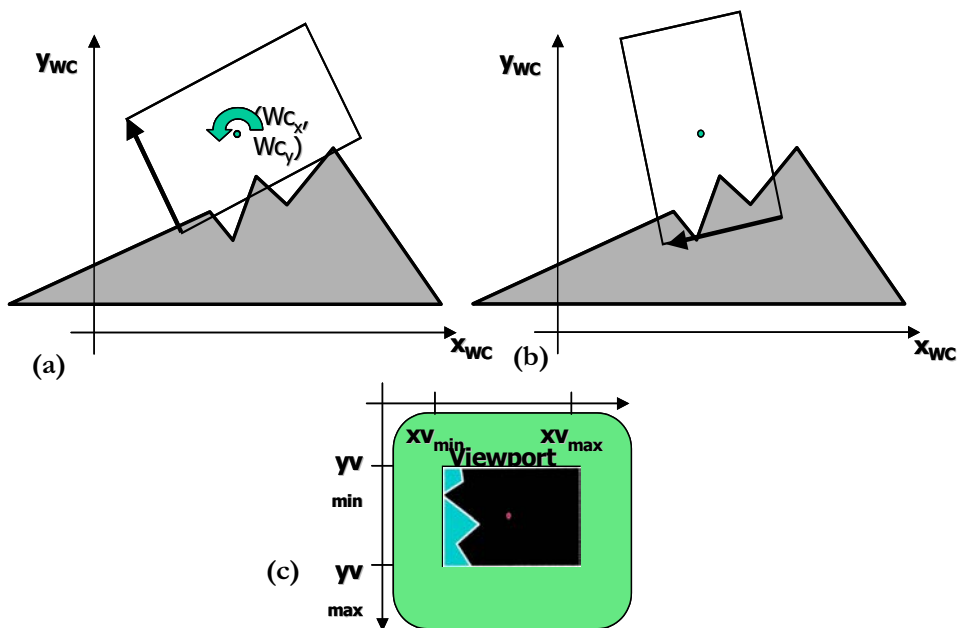
A utilização do sistema de Coordenadas do Plano de Projeção como sistema de coordenadas para a window nos traz uma série de vantagens em relação ao SCN - Sistema de Coordenadas Normalizado, pois não é necessário retransformar todo o mundo para o CPP a cada operação de navegação com a window, como teria de ser feito no SCN. No CPP a window não se encontra necessariamente na origem do sistema de coordenadas, mas sim navega livremente nele. A única exigência do CPP é que seus eixos sejam paralelos às bordas da window para que os algoritmos de clipagem que vamos ver adiante possam funcionar de forma eficiente. No

**Como implementar a translação da window quando estiver em uma orientação não paralela aos eixos?**

**Como implementar a rotação da window durante a navegação?**

### 3.5. COMO USO O CPP NA PRÁTICA ?

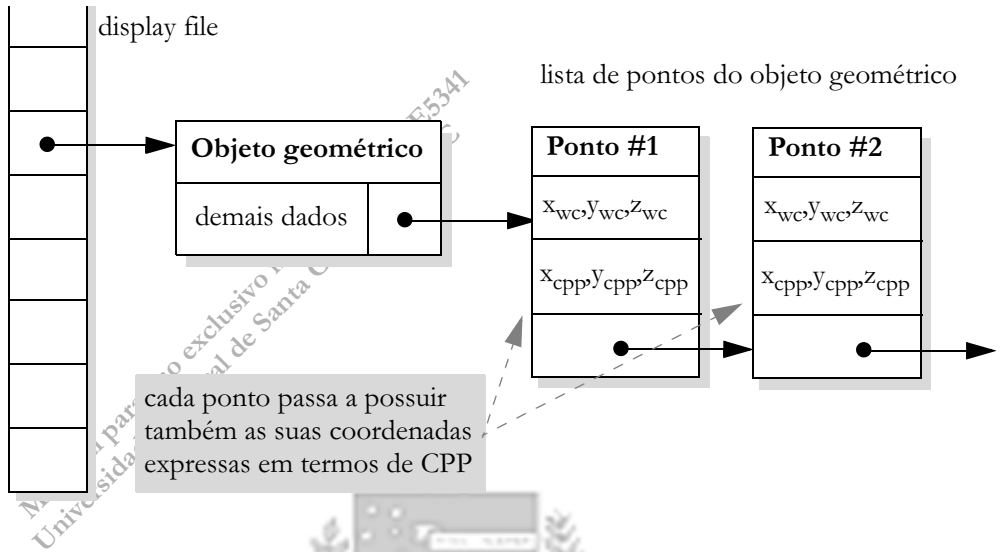
**Figura 3.32.** Rotação da window durante a navegação pelo mundo 2D. Estamos com a window como mostra (a) e desejamos modificar a direção de “caminhada” da window, rotacionando-a em 85 graus no sentido anti-horário. Para tanto a window roda em torno de seu centro e termina na posição mostrada em (b).



CPP apenas realizamos uma transformação de sistema de coordenadas e recalculamos a representação do mundo em CPP quando a window sofreu uma operação de rotação durante a navegação pelo mundo, como mostrado na figura 3.32 acima. Em todos os outros casos de navegação ou de zoom a window simplesmente é transladada no CPP, o que torna o processo bem mais eficiente.

Para usar o CPP, podemos estender o display file de uma forma bastante simples. Basta-nos estender cada estrutura de dados que representa algum objeto geométrico de forma a possuir duas representações: uma no sistema de coordenadas do mundo e outra do CPP. Toda vez que uma operação de rotação na window fizer com que tenhamos que rotacionar o sistema de referência do CPP, recalculamos os valores das coordenadas de CPP de cada objeto do display file com base nas coordenadas de mundo deles.

Figura 3.33. Display file extendido para suportar CPP



Vimos duas formas de se realizar a representação intermediária entre o sistema de coordenadas do mundo e a viewport: o SCN e o CPP. Uma delas você vai precisar se desejar que seu SGI seja capaz de oferecer ao usuário a possibilidade de rotacionar a window ao navegar no mundo 2D e, mais tarde, quando virmos 3D, você não vai encontrar nenhum caminho para realizar a navegação que não passe por uma representação intermediária desse tipo.

A pergunta, porém é: qual representação é mais vantajosa? Resumimos abaixo as vantagens e desvantagens de cada enfoque.

### SCN

No SCN precisamos representar toda e qualquer operação de navegação ou zoom através de uma transformação matricial.

**Vantagens:** É uma solução simples e elegante. O seu programa gráfico vai ficar compacto, fácil de ler e entender e fácil de manter. Uma única rotina de transformação bastante simples em termos de código realiza tudo.

**Desvantagens:** Se você possui um mundo muito complexo e não possui um hardware acelerador gráfico onde implementar isso, o

### 3.6. SCN OU CPP?

seu programa vai ficar lento, realizando sempre uma grande quantidade de cálculos matriciais a cada operação de navegação.

### CPP

No CPP apenas operações de rotação exigem um recálculo da representação do mundo em CPP. As outras operações podem ser realizadas diretamente na representação existente através de somas ou operações de escala, sem necessidade de utilização de cálculo matricial.

**Vantagens:** É uma solução muito mais rápida e indicada se você vai implementar todo seu sistema gráfico em software e sem utilizar bibliotecas aceleradoras de algum hardware específico.

**Desvantagens:** Cria um conjunto de exceções, pois navegação linear é tratada de uma forma, zoom de outra e rotação de uma terceira. O seu código não vai ficar tão elegante e vai ficar mais difícil de manter.

### 3.7. O QUE É CLIPPING?

*Clipping* ou **recorte** é um procedimento para a otimização do processo de cálculo da visualização dos objetos do display file, eliminando desse cálculo as primitivas geométricas que não se encontram sob a window e particionado as primitivas geométricas parcialmente aparentes. Opera no sistema de coordenadas utilizado pela window. Seus objetivos são:

- Distinguir se primitivas geométricas estão dentro ou fora do **viewing frustum** (regiões do espaço especificadas);
- Distinguir se primitivas geométricas estão dentro ou fora do **picking frustum**, regiões do espaço que podem interagir com o mouse;
- Detectar intersecções entre primitivas;
- Calcular sombras (em 3D)

#### Por quê recortar?

Clipping é uma otimização importante por:

- Ser o préprocessamento de visibilidade;
- Remover uma fração considerável do mundo antes de se realizar o cálculo de visualização;
- Assegurar que somente primitivas potencialmente visíveis serão rasterizadas.

O conceito geométrico básico do recorte é a *clip window*:

- A região para a qual um objeto deve ser recortado.
- A forma geométrica de recorte.
- Normalmente corresponde à *window*.

Sempre realizamos recorte em coordenadas da *clip window*:

- no nosso caso utilizaremos a representação em CPP;

Tipos de clipping:

- Recorte de pontos (*point clipping*)
- Recorte de linhas (*line clipping*)
- Recorte de áreas e polígonos (*area and polygon clipping*)
- Recorte de curvas (*curve clipping*)
- Recorte de texto (*text clipping*)

Destes cinco, os dois mais utilizados e mais importantes são o recorte de pontos e o recorte de linhas. Utilizando apenas estes dois, você consegue realizar uma implementação bastante eficiente de um SGI, desde que os objetos neste SGI sejam representados apenas por linhas (modelos de arame). Se você utilizar áreas (2D) ou superfícies (3D) preenchidas, representadas por polígonos preenchidos ou hachurados, você vai precisar ainda do recorte de áreas e polígonos. O recorte de curvas torna um SGI que representa curvas mais eficiente, mas como toda curva no fim de contas é desenhada como um polígono, pode ser realizado através de recorte de linhas ou de polígonos, dependendo se for cheia ou não.

Para uma *clip window* retangular, o recorte de pontos ou *point clipping* é um processo rápido e muito simples. O ponto que deve ser apresentado na viewport é aquele para o qual as inequações abaixo são satisfeitas:

$$X_{w_{\min}} \leq X \leq X_{w_{\max}} \quad (\text{EQ. 3.17})$$

$$Y_{w_{\min}} \leq Y \leq Y_{w_{\max}} \quad (\text{EQ. 3.18})$$

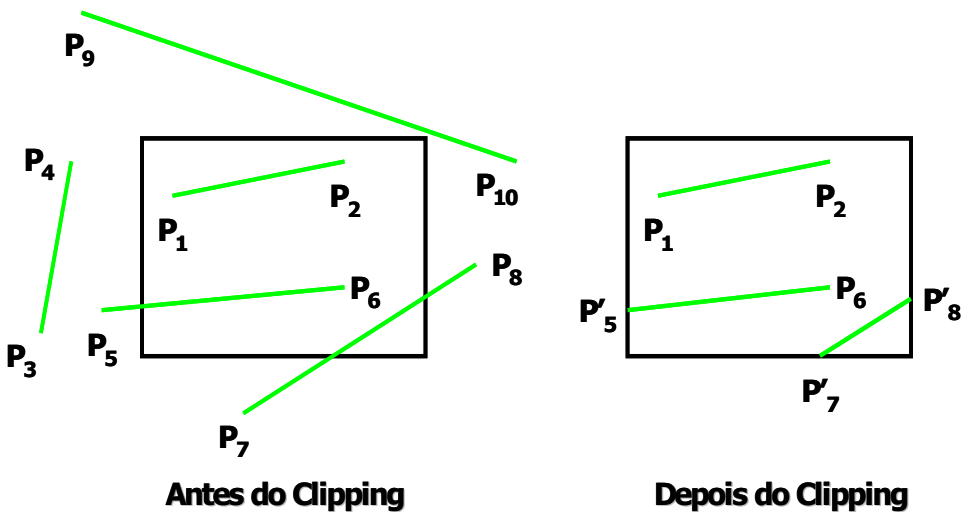
## Conceitos Básicos

### 3.8. RECORTE DE PONTOS

Este método é implementado por toda componente ou objeto de superfície de desenho de linguagens de programação, tais como os *subcanvas* ou *canvas*.

**3.9. RECORTE DE LINHAS** Existem vários relacionamentos possíveis com uma região de clipping retangular. Estes relacionamentos possíveis são:

Figura 3.34. Linhas em WC e depois do clipping



- Completamente dentro do window de clipagem (desenhar)
- Completamente fora do window (não desenhar)
- Parcialmente dentro do window (o que desenhar ?)

**3.10. RECORTE DE LINHAS USANDO REPRESENTAÇÃO PARAMÉTRICA DA RETA**

Este método utiliza a verificação por meio da equação paramétrica envolvendo os limites da janela e a própria linha:

- Grande quantidade de cálculos e teste e não é muito eficiente. Num display típico, centenas ou milhares de linhas de linha podem ser encontradas.

Para que um algoritmo seja eficiente:

- Deve promover alguns testes iniciais de forma a determinar se cálculos de interseção são realmente necessários.



- O par de pontos finais pode ser checado de antemão para observar se ambos pertencem à window, significando que nenhum teste necessitará ser feito.

A representação paramétrica da reta é dada pela equação:

$$\begin{aligned} x &= x_1 + u(x_2 - x_1) \\ y &= y_1 + u(y_2 - y_1) \end{aligned} \tag{EQ. 3.19}$$

Usa-se o valor de  $u$  para calcular a intersecção com uma das bordas do retângulo definido pelo window

- Fora:  $< 0$  ou  $\geq 1$ ;
- Dentro: de  $0$  a  $1$ ;

Caso o valor da intersecção seja maior que o tamanho do window, a intersecção ocorrerá com uma das retas-limite da window em algum lugar fora desta.

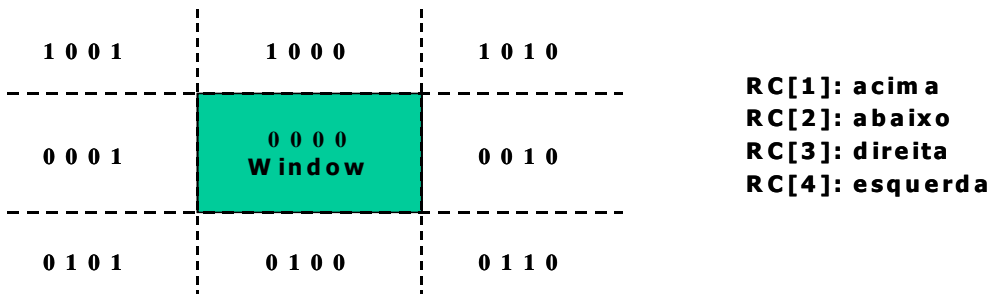
Este método utiliza uma representação das extremas dos segmentos de reta associada a códigos de regiões.

Estes códigos são códigos de região binários de 4 dígitos atribuídos a todo ponto final de uma linha na figura. São chamados *region codes* (RC).

Numera-se as posições no código de regiões de 1 a 4. Cantos são representados por soma de valores, como mostra a figura 3.35.

**3.11. RECORTE DE LINHAS DE COHEN-SUTHERLAND:**

**Figura 3.35.** Códigos binários de regiões para recorte



Os valores dos códigos de região são determinados através da comparação das coordenadas das extremidades aos limites da window. Um valor 1 em qualquer posição indica que o ponto está neste quadrante.

**Determinando o código de um ponto extremo de um segmento de reta:**

- Calcule as diferenças entre coordenadas das extremidades e limites de clipagem;
- Use o sinal resultante para montar o código, setando o valor do bit correspondente

Existem três possíveis relacionamentos:

- Segmento completamente contido na window.
  - 0000 para ambas as extremidades.
- Segmento completamente fora da window.
  - AND logico dos códigos de região para ambas as extremidades resulta diferente de 0000 .
- Segmento parcialmente contido na window.
  - As extremidades possuem códigos de região diferentes;
  - AND logico dos códigos de região para ambas as extremidades resulta em 0000.

**Exemplo de aplicação de recorte com Cohen-Sutherland**

Entenderemos melhor o algoritmo acima através de um exemplo. Para isso observe as duas retas paralelas na figura abaixo. Vamos clipar passo a passo estas retas utilizando o algoritmo de Cohen Sutherland.

**Clipando R1**

- $RC1 = [0001]$  -> esquerda e  $RC2 = [0000]$  -> dentro
  - Clipamos apenas à esquerda e calculamos novo  $y_1$  para a linha.
- Cálculo do coeficiente angular:
  - $m = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = (17 - 12)/(15 - 5) = 5 / 10 = 0.5$

**Algoritmo para Recorte de Linhas de Cohen-Sutherland**

**P1:** Associar códigos aos pontos extremos *c/regra*:

Para as coordenadas X de ambos os pontos da linha:

se  $x_i < X_{\text{wesq}}$  então  $RC_i[4] \leftarrow -1$  senão  $RC_i[4] \leftarrow 0$

se  $x_i < X_{\text{wdir}}$  então  $RC_i[3] \leftarrow 1$  senão  $RC_i[3] \leftarrow 0$

Para as coordenadas Y de ambos os pontos da linha:

se  $y_i < Y_{\text{wfunido}}$  então  $RC_i[2] \leftarrow 1$  senão  $RC_i[2] \leftarrow 0$

se  $y_i < Y_{\text{wtopo}}$  então  $RC_i[1] \leftarrow 1$  senão  $RC_i[1] \leftarrow 0$

**P2:** Verificar se a linha é totalmente visível ou invisível ou parcialmente visível:

Completamente contida na janela:

$RC_{\text{inicio}} = RC_{\text{fim}} = [0\ 0\ 0\ 0]$

Completamente fora da janela:

$RC_{\text{inicio}} \& RC_{\text{fim}} \neq [0\ 0\ 0\ 0]$

Parcialmente:

$RC_{\text{inicio}} \neq RC_{\text{fim}}$

$RC_{\text{inicio}} \& RC_{\text{fim}} = [0\ 0\ 0\ 0]$

**P3:** Se a linha é parcialmente visível devem ser calculadas as intersecções:

Esquerda:  $x_E, y = m * (x_E - x_1) + y_1$ ; **M diferente de 0**

Direita:  $x_D, y = m * (x_D - x_1) + y_1$

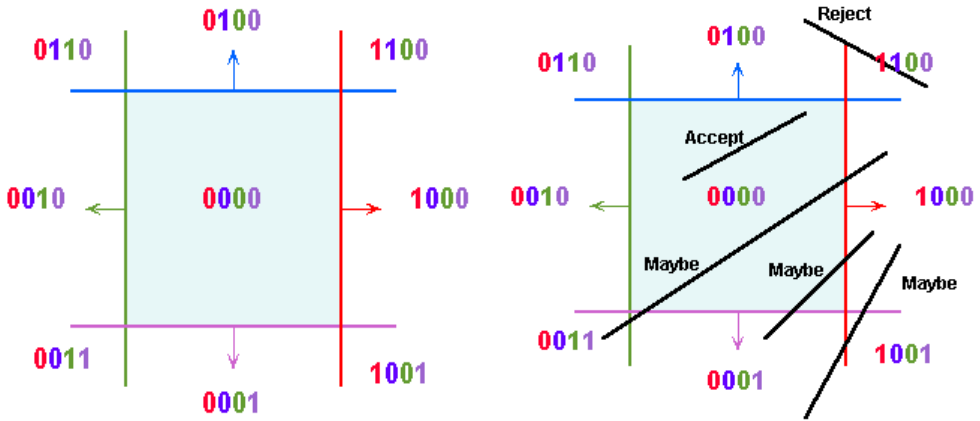
Topo:  $y_T, x = x_1 + 1/m * (y_T - y_1)$

Fundo:  $y_F, x = x_1 + 1/m * (y_F - y_1)$

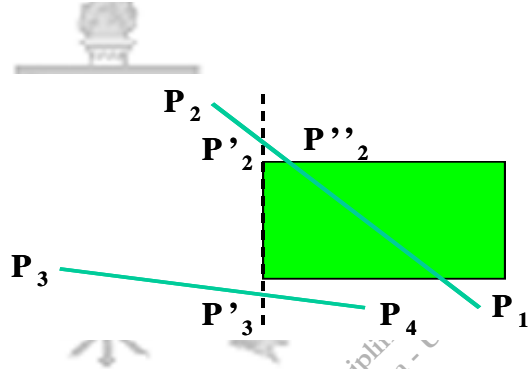
Exemplo: P3

- Aplicamos a fórmula esq.:  $y_{\text{intersec}} = m * (x_E - x_1) + y_1$ 
  - $y_{\text{intersec}} = 0.5 * (10 - 5) + 12 = 2.5 + 12 = 14.5$
- Como  $14.5 > y_F = 10$  e  $14.5 < y_T = 20$  aceitamos.
  - Nova linha clipada é:  $(10,14.5)(15,17)$ ;

Figura 3.36. Aceitando ou rejeitando segmentos de reta no recorte de retas de Cohen-Sutherland



Para os segmentos que caíram na categoria “talvez”, é necessário agora calcular o ponto por onde “saem” ou “entram” na window, interceptando uma das retas que representam os limites da window. No caso de interceptarem mais de uma das bordas, é necessário determinar qual utilizar ( $P'_2$  ou  $P''_2$ ?)



### Clipando R2

$RC1 = [0001] \rightarrow$  esquerda e  $RC2 = [1000] \rightarrow$  topo

- Clipamos à esquerda e calculamos novo  $y_1$  para a linha.
- Clipamos ao topo e calculamos novo  $x_2$  para a linha

Cálculo do coeficiente angular:

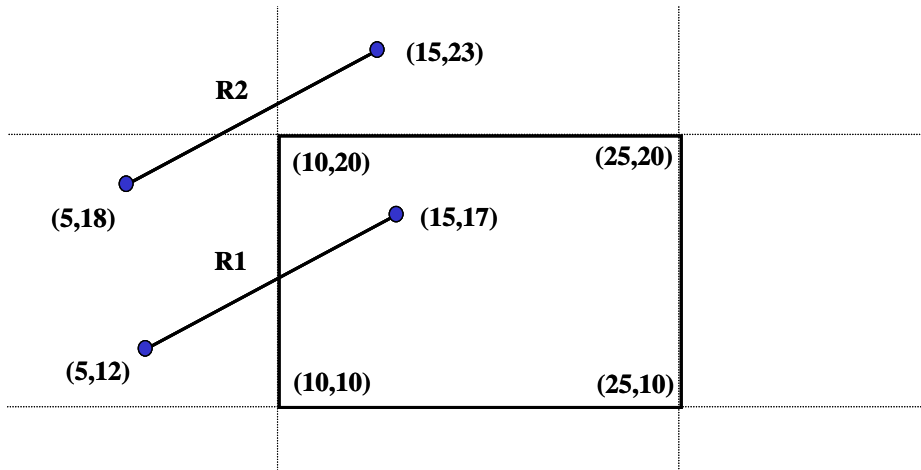
$$m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) = (23 - 18) / (15 - 5) = 5 / 10 = 0.5$$

Aplica-se a fórmula esq.:  $y_{intersec} = m * (x_E - x_1) + y_1$

$$y_{intersec} = 0.5 * (10 - 5) + 18 = 2.5 + 18 = 20.5$$

Como  $20.5 > y_F = 10$  mas  $20.5$  não é  $< y_T = 20$  rejeitamos.

Figura 3.37. Duas retas paralelas para clipar com Cohen-Sutherland



- Intersecção é fora da window
- Não é necessário calcular  $x_2$  - se uma intersecção for fora a outra também o será.

O segmento de reta R2 é descartado como não visível.

O resultado obtido será o mostrado na figura abaixo.

Figura 3.38. Resultado da clipagem das retas da figura anterior.

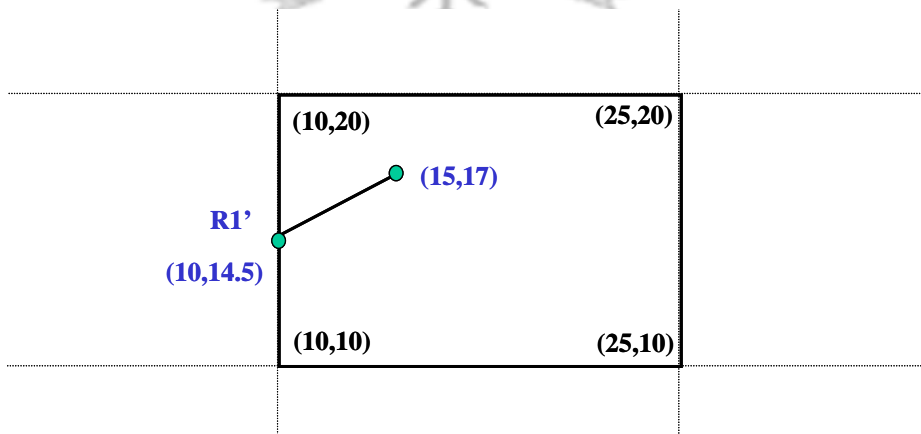
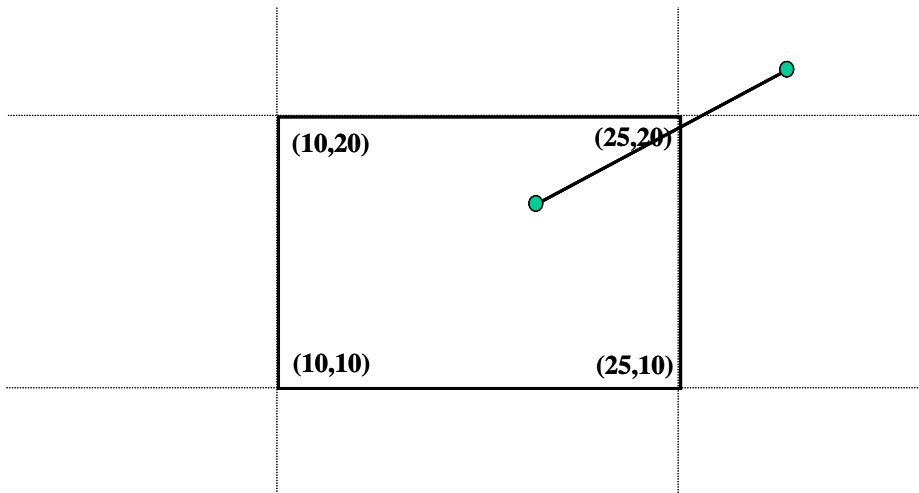


Figura 3.39. O que fazer neste caso?



Como procedemos quando um ponto cair em um dos cantos?

Observe o exemplo da figura 3.42. Quando o RC associado a um ponto de uma linha possuir dois “1”, calculamos a intersecção com as bordas da window para os dois casos.

- No exemplo calcularíamos um  $x_2$  pelo topo e um  $y_2$  pela direita.

Aceitamos dentre os dois valores calculados, aquele que se encontrar sobre a window

- O outro estará fora.
- Exceção: linha cai exatamente sobre o canto. Nesse caso temos de escolher um dos dois.

### 3.12. RECORTE DE LINHAS DE LIANG-BARSKY

Em 1978 Cyrus e Beck publicaram um novo algoritmo para o clipping de linhas usável para clipar linhas contra um polígono convexo em 2D ou um poliedro convexo em 3D usando a equação paramétrica.

Em 1984 Liang e Barsky reformularam este algoritmo, tornando-o mais eficiente.

Esta versão será vista a seguir.

Reescreva as equações paramétricas como segue:

$$\begin{aligned}x &= x_1 + u \Delta x \\y &= y_1 + u \Delta y, \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (\text{EQ. 3.20})\end{aligned}$$

Sendo as condições de recorte já vistas:

$$\begin{aligned}xw_{\min} &\leq x_1 + u \Delta x \leq xw_{\max} \\yw_{\min} &\leq y_1 + u \Delta y \leq yw_{\max}\end{aligned} \quad (\text{EQ. 3.21})$$

Cada uma dessas inequações pode então ser expressa como:

$$up_k \leq q_k, \quad k = 1, 2, 3, 4 \quad (\text{EQ. 3.22})$$

Onde os parâmetros  $p$  e  $q$  são definidos como:

$$\begin{aligned}p_1 &= -\Delta x, & q_1 &= x_1 - xw_{\min} \\p_2 &= \Delta x, & q_2 &= xw_{\max} - x_1 \\p_3 &= -\Delta y, & q_3 &= y_1 - yw_{\min} \\p_4 &= \Delta y, & q_4 &= yw_{\max} - y_1\end{aligned} \quad (\text{EQ. 3.23})$$

Condições:

- $p_k = 0$ , paralela a um dos limites:
  - $q_k < 0$ , fora dos limites
  - $q_k \geq 0$ , dentro dos limites
- $p_k < 0$ , a linha vem de fora para dentro
- $p_k > 0$ , a linha vem de dentro para fora

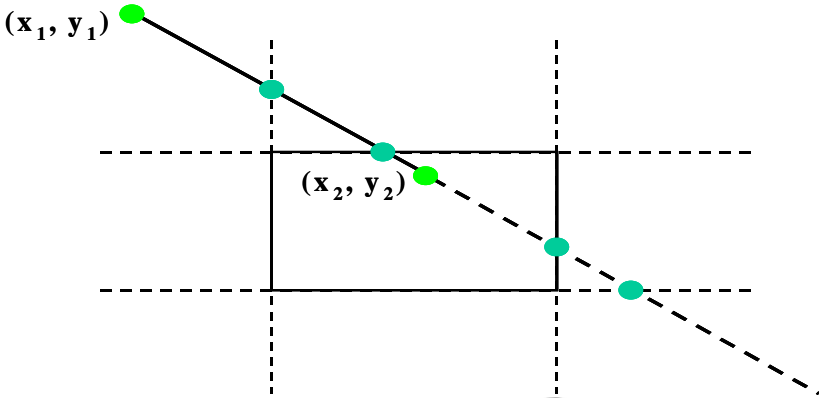
Qual a parte que está dentro?

Os parâmetros  $u_1$  and  $u_2$  definem qual parte está dentro do retângulo:

- O valor de  $u_1$  : de fora para dentro ( $p_k < 0$ )

$$u_1 = \max(0, r_k' s) \quad r_k = \frac{q_k}{p_k} \quad (\text{EQ. 3.24})$$

Figura 3.40. Recorte de linhas de Liang-Barsky



O valor de  $u_2$  : De dentro para fora ( $p_k > 0$ )

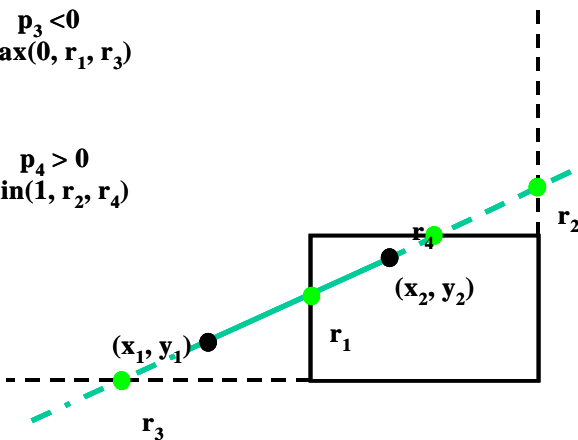
$$u_2 = \min(1, r'_k s) \quad r'_k = \frac{q_k}{p_k} \quad (\text{EQ. 3.25})$$

Se  $u_1 > u_2$ , a linha está completamente fora.

Figura 3.41. Exemplo de Liang-Barsky

$$p_1 < 0, p_3 < 0 \\ u_1 = \max(0, r_1, r_3) \\ = r_1$$

$$p_2 > 0, p_4 > 0 \\ u_2 = \min(1, r_2, r_4) \\ = 1$$

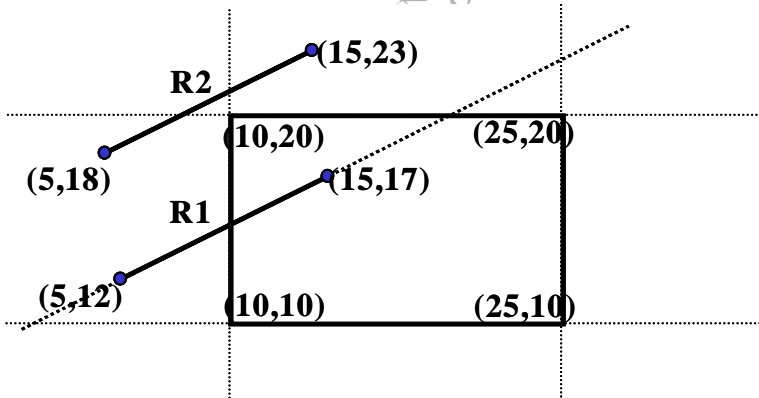


na disciplina INE5341  
Anta Catarina - UFSC



Calculemos detalhadamente um exemplo usando Liang-Barsky. **Exemplo detalhado usando Liang-Barsky**  
 Para tanto tome a figura abaixo como ponto de partida.

Figura 3.42. Conjunto de retas a serem recortadas com Liang-Barsky



Calcular p e q para R<sub>1</sub>

- $p1 = -Dx = -(15 - 5) = -10$
- $p2 = Dx = 15 - 5 = 10$
- $p3 = -Dy = -(17 - 12) = -5$
- $p4 = Dy = 17 - 12 = 5$
- $q1 = x1 - x_{wmin} = 5 - 10 = -5$
- $q2 = x_{wmax} - x1 = 25 - 5 = 20$
- $q3 = y1 - y_{wmin} = 12 - 10 = 2$
- $q4 = y_{wmax} - y1 = 20 - 12 = 8$

Calcular u1 para R1

$$x = x_1 + u \Delta x$$

$$y = y_1 + u \Delta y, \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$p1 = -10 < 0$$

$$p3 = -5 < 0$$

$$r1 = q1/p1 = -5/-10 = 0.5$$

$$r3 = q3/p3 = 2/-5 = -0.4$$

$$u1 = \max (0, r1, r3) = \max (0, 0.5, -0.4) = 0.5$$

Substituindo na equação paramétrica:

$$x = 5 + 0.5 * 10 = 10 \text{ (o que nós já sabíamos)}$$

$$y = 12 + 0.5 * 5 = 14.5 \text{ (o que nós não sabíamos)}$$

Calcular u2 para R1

$$p2 = 10 > 0$$

$$p4 = 5 > 0$$

$$r2 = q2/p2 = 20/10 = 2$$

$$r4 = q4/p4 = 8/5 = 1.6$$

$$u2 = \min (1, r1, r3) = \min (1, 2, 1.6) = 1$$

Como u2 resulta 1, rejeitamos o cálculo de novos valores de dentro para fora.

### 3.13. RECORTE DE LINHAS DE NICHOLL-LEE-NICHOLL

A algoritmo de Nicholl-Lee-Nicholl utiliza uma forma bastante diferente de determinação da intersecção entre o segmento de reta examinado e os limites da window.

Toma-se um ponto do segmento de reta, P1, e divide-se a imagem em quadrantes, traçando novos segmentos de reta passando pelos vértices da window. Depois verifica-se em qual dos quadrantes P2 se encontra, simplesmente comparando as inclinações das retas que criamos interligando P1 e os vértices da window e o segmento que queremos clipar. Quando determinamos qual o quadrante, calculamos a intersecção de retas apenas com o lado da window que está neste quadrante.

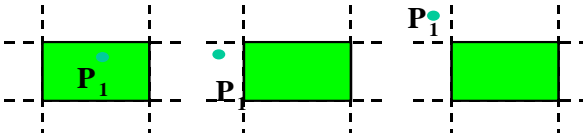
Comparado NLN aos algoritmos C-S e L-B:

- NLN realiza menos comparações e divisões;
- NLN pode ser aplicado somente a 2D clipping;

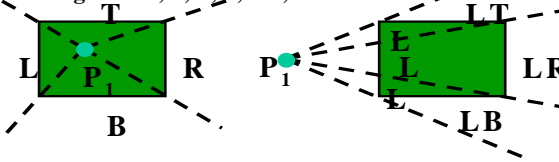
O algoritmo NLN:

- Clipa uma linha com extremas P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>;
- 1º passo: determinar P<sub>1</sub> para os nove quadrantes:
  - Somente três regiões são consideradas;

Figura 3.43. Primeiros passos da clipagem de Nicholl-Lee-Nicholl



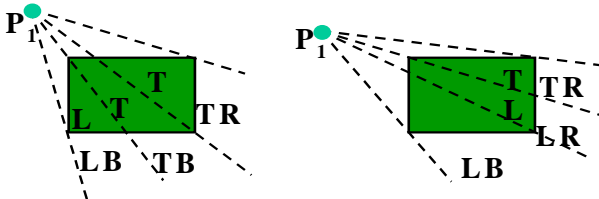
Cálculo dos ângulos de uma linha hipotética de P1 aos cantos. Determinar regiões L,T,R,L,TR,etc



P<sub>1</sub> is inside the clip window and P<sub>2</sub> is outside

P<sub>1</sub> is directly to the left of the clip window

Cálculo dos ângulos de uma linha hipotética de P1 aos cantos. Determinar regiões L,T,R,L,TR,etc



- Para o resto usa-se uma transformada de simetria;
- 2º passo: determinar a posição de P<sub>2</sub> em relação a P<sub>1</sub>

Para determinar em qual região P<sub>2</sub> está:

- Compare-se a inclinação da reta com as inclinações das retas hipotéticas calculadas. Ex: P<sub>1</sub> está à esquerda, P<sub>2</sub> está em LT.

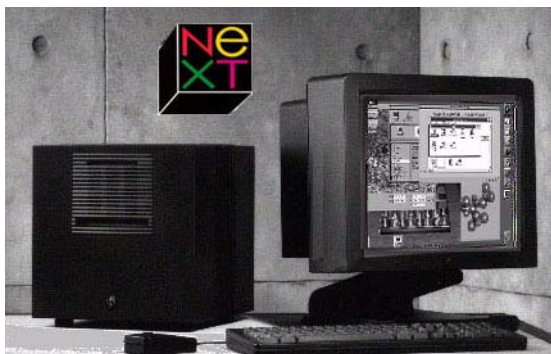
$$\text{inclinação } \overline{P_1P_{TR}} < \text{inclinação } \overline{P_1P_2} < \text{inclinação } \overline{P_1P_{TL}}$$

$$\frac{y_T - y_1}{x_R - x_1} < \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} < \frac{y_T - y_1}{x_L - x_1}$$

### 3.14. CLIP WINDOWS NÃO RETANGULARES

Em algumas situações especiais teremos windows não retangulares. Isto geralmente acontece quando a aplicação, por alguma razão estética, utiliza uma viewport não retangular. O sistema de janelas do sistema operacional NeXTSTEP, da linha de computadores NeXT, uma tentativa de um sócio da Apple de fazer algo diferente do Macintosh, utilizando um processador Motorola 68040, por exemplo, possuía planejada a possibilidade de se desenvolver aplicações com janelas redondas ou ovais.

Figura 3.44. NeXT Cube rodando NEXTSTEP



Para trabalhar com windows não convencionais, algumas técnicas foram desenvolvidas. Vamos apenas citá-las resumidamente aqui:

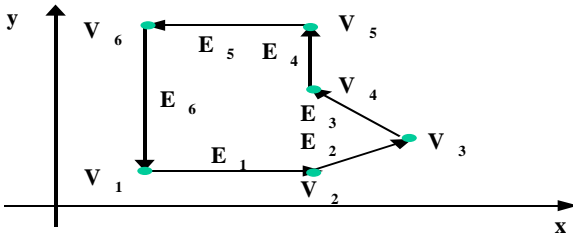
- Algoritmos baseados em equações paramétricas podem ser estendidos a Polígonos Convexos:
  - Método de Liang-Barsky;
  - Modificar o algoritmo para incluir as equações paramétricas de todas as bordas definidas pelo polígono de clipping;
- Métodos de Recorte de Regiões Côncavas:
  - Dividir em um conjunto de polígonos convexos;
  - Aplicar métodos paramétricos;
- Círculos e outras regiões de clipagem curvas:
  - Linhas podem ser clipadas através do retângulo de-limítrofe.

Identificar se um polígono é côncavo:

- Calcular o produto cruzado dos vetores de borda;

**3.15. RECORTE DE WINDOWS NA FORMA DE POLÍGONOS CÔNCAVOS:**

**Figura 3.45.** Produto cruzados dos vetores da borda

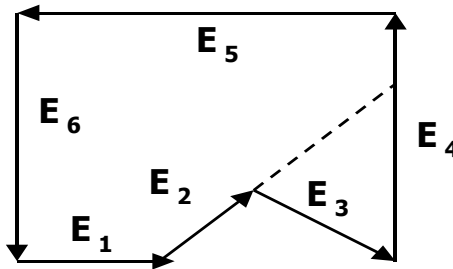


$$\begin{aligned} (E_1 \times E_2)_z &> 0 \\ (E_2 \times E_3)_z &> 0 \\ (E_3 \times E_4)_z &< 0 \\ (E_4 \times E_5)_z &> 0 \\ (E_5 \times E_6)_z &> 0 \\ (E_6 \times E_1)_z &> 0 \end{aligned}$$

- Uma componente z negativa resultante da multiplicação posicionada entre componentes positivas indica uma concavidade local;
- Calcular o produto cruzado dos vetores de borda em sentido anti-horário;
- Se alguma componente Z for negativa:
  - É côncavo.
  - Dividir ao longo da primeira das duas linhas do produto cruzado:

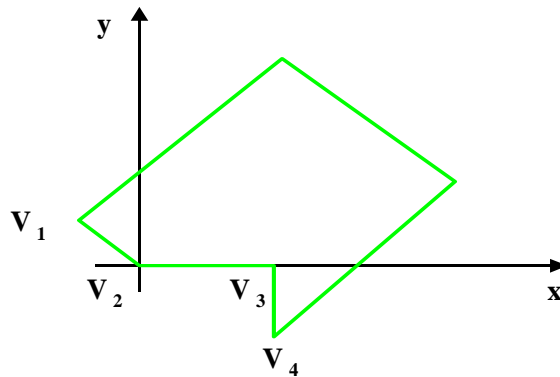
**Divisão de polígonos côncavos: método vetorial:**

**Figura 3.46.** Polígonos convexos resultantes



**Método da rotação** Outra opção é rotacionar o polígono sobre o eixo  $x$  aresta a aresta e verificar se há intersecção de alguma outra aresta com este eixo. Se houver, o intersecção já vai mostrar como subdividir o polígono em subpolígonos convexos.

Figura 3.47. Método da rotação



Após a rotação  $V_3$  em torno do eixo  $x$ ,  $V_4$  está abaixo do eixo  $x$ .

O corte do polígono é realizado através da linha entre os pontos  $V_2V_3$ .

**3.16. RECORTE DE POLÍGONOS**

Recortar objetos de formato poligonal na cena pode ser tratado como recorte de linhas quando os polígonos são vazios. Quando os polígonos são preenchidos, este método já não traz mais resultados satisfatórios, como mostra a figura 3.48.

**Recorte de polígonos de Sutherland-Hodgeman**

Este método processa as bordas do polígono como um todo contra cada aresta do window:

- Todos os vértices do polígono são processados contra cada uma das arestas do window;
- Passe cada par de vértices adjacentes do polígono a um clipador de linhas qualquer, criando novos pontos em um novo polígono: São quatro casos:
- Lista de vértices intermediários
  - Cada vez que realizamos a clipagem para todos os vértices contra uma das 4 bordas do window, regeneramos o polígono;

Figura 3.48. Comparação entre clipping de polígonos como linhas clipping real de polígonos.

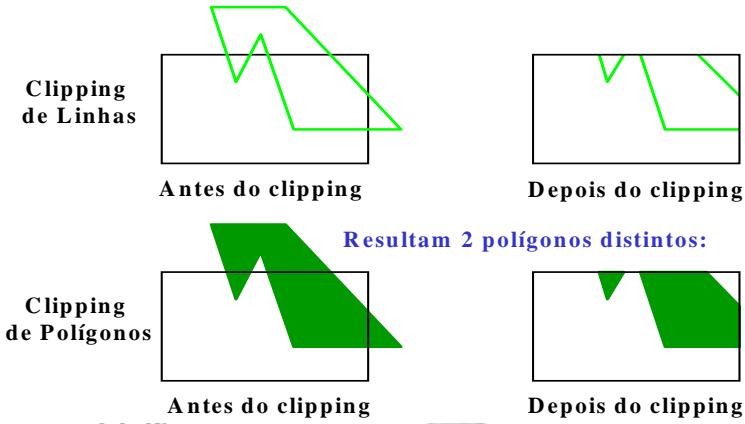


Figura 3.49. Clipping de polígonos de Sutherland-Hodgeman

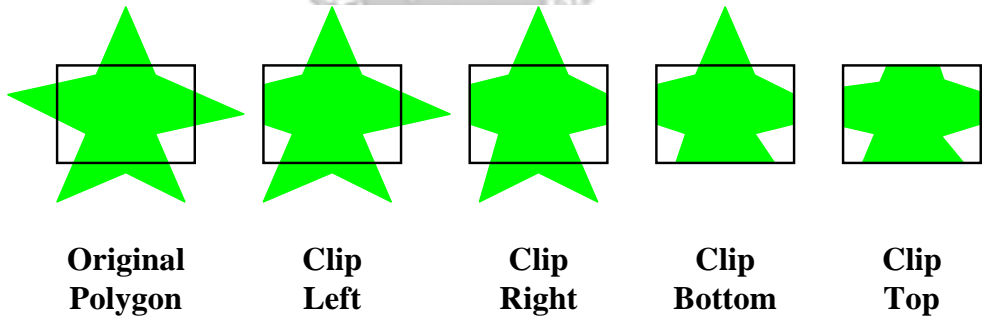
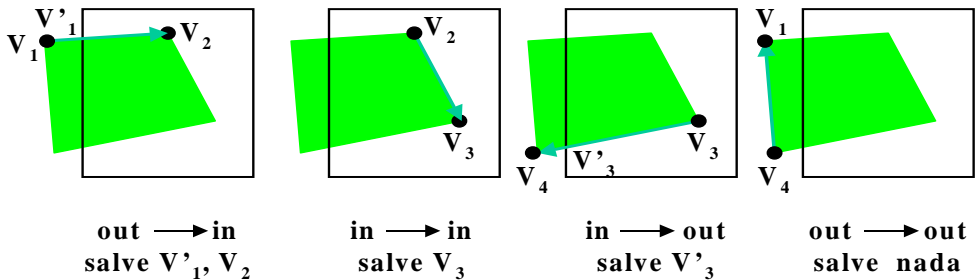


Figura 3.50. Sutherland-Hodgeman

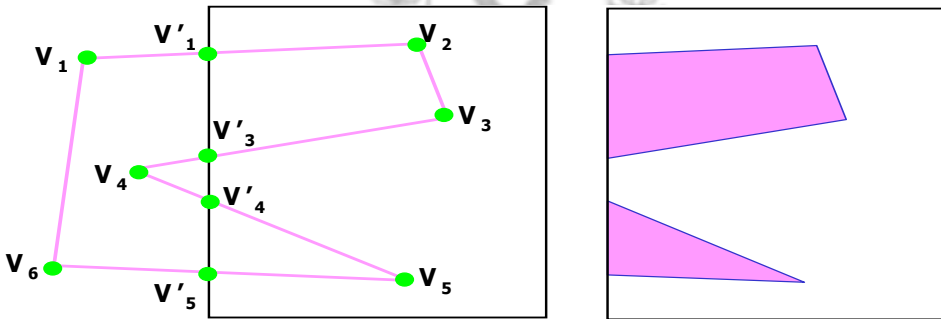


- Este novo polígono é clipado contra outra das 4 bordas do window;
- Polígonos convexos são tratados corretamente.
- Caso seja côncavo:
  - Divida em subpolígonos côncavos

**Recorte de polígonos de Weiler-Atherton**

O algoritmo de Weiler-Atherton é o mais genérico algoritmo de recorte para polígonos e recorta um polígono côncavo com buracos interiores em relação aos limites de outro polígono côncavo, que também pode possuir buracos interiores. Na terminologia do algoritmo de Weiler-Atherton, o polígono a ser recortado é chamado de *polígono-objeto* e a região de recorte é chamada de *polígono de recorte*. As novas arestas do polígono-objeto, criada por seu recorte contra o polígono de recorte, são idênticas a partes do polígono de recorte. O clipping de polígonos de Weiler-Atherton foi desenvolvido para identificação de superfícies visíveis.

**Figura 3.51.** Recorte de polígonos de Weiler-Atherton



Características:

- Pode ser aplicado a uma região de recorte arbitrária;
- Pode ser usado para seguir as bordas de qualquer coisa com qualquer formato;

Se processamos em sentido horário procedemos assim:

- Para um par de vértices de fora para dentro, siga a aresta do polígono



- Para um par de vértices de dentro para fora, siga o limite da window em sentido horário

A implementação do algoritmo de W-A utiliza uma lista circular de vértices para descrever o polígono de recorte e todos os polígonos-objeto. Escolhe-se como convenção percorrer o polígono de recorte e os polígonos-objeto externos de objetos com limite poligonal sempre no sentido horário e os limites internos de objetos com furos no sentido anti-horário. Desta forma a superfície ou área cheia do objeto delimitado pelo polígono está sempre à direita. As arestas do polígono de recorte e dos polígonos-objeto podem ou não intersectar. Caso o façam, isto ocorre sempre aos pares, uma de entrada e outra de saída.

O algoritmo inicia o processamento em alguma intersecção inicial e segue a borda externa do polígono-objeto em sentido horário até encontrar outra intersecção. Na intersecção, dobra-se à direita e segue-se o exterior do polígono de recorte em sentido horário até encontrar uma intersecção com o polígono-objeto. Nesta intersecção dobra-se novamente à direita e segue-se o polígono-objeto. O processo é realizado até se voltar ao ponto de partida. Limites interiores do polígono-objeto são seguidos em sentido anti-horário.

Além dos métodos de recorte vistos até agora, existem ainda alguns outros, específicos para aplicações avançadas ou para programas de desenho e design gráfico. Veremos resumidamente adiante estes métodos.

O recorte de curvas em SGIs utilizando modelos de arame, como veremos adiante, nos Capítulos 4 e 7, pode ser realizado através de métodos de recorte de linhas aplicados durante o processo de desenho das curvas 2D ou superfícies 3D. Se desejarmos uma representação eficiente e rápida de mundos contendo muitas curvas ou uma renderização realista em 3D de superfícies curvas preenchidas utilizando técnicas de renderização de raytracing como conversão por varredura, vistas no capítulo 8 e seguintes, teremos de possuir uma forma eficiente de realizar o recorte dessas curvas ou superfícies. Isto é especialmente importante em 3D, onde necessitamos determinar o polígono que representa a parte visível de uma superfície curva antes de iniciar o raytracing.

### **Detalhamento do método de Weiler-Atherton**

### **3.17. OUTROS TIPOS DE RECORTE**

#### **Recorte de curvas**

### Algoritmo de Weiler Atherton

1: **Insira as arestas** dos polígonos em duas listas: OBJ - polígonos a serem recortados e CLIP - polígono-limítrofe da window, inserindo os vértices em sentido horário. Para um polígono preenchido que contenha furos, haverá um alista OBJ para o exterior e uma para cada furo.

#### 2: Calcule as intersecções.

2.1. Insira cada intersecção detectada em ambas as listas: OBJ e CLIP, entre  $V_{obj_i}$  e  $V_{obj_{i+1}}$  na lista OBJ e entre  $V_{clip_j}$  and  $V_{clip_{j+1}}$  na lista CLIP. Observe que pode existir um número arbitrário de intersecções entre dois vértices e estas precisam ser inseridas na ordem correta.

2.2. Para cada intersecção inserida nas duas listas, crie um ponteiro bidirecional apontando de uma lista para a outra, concetando este novo vértice contido em ambos os polígonos.

3: **Classique as intersecções.** Toda aresta, extendida ao infinito, divide o plano do polígono em dois semiplanos. Como inserimos os vértices em sentido horário, consideramos o semiplano à direita da aresta o *plano interior* do polígono.

3.1. Realize o percurso do polígono e caracterize cada um dos vértices de intersecção encontrados como de *entrada* ou *saída* do ponto de vista do polígono OBJ em relação a CLIP, colocando-o em uma lista correspondente. Para isso tome o vértice em CLIP que está à direita da intersecção. Se este vértice possuir um índice em CLIP maior do que o de intersecção, a intersecção é de *saída*, caso contrário de *entrada*.

#### 4: Realize o recorte.

4.1. Se a lista de ENTRADA não estiver vazia, retire um elemento e localize-o na lista OBJ,

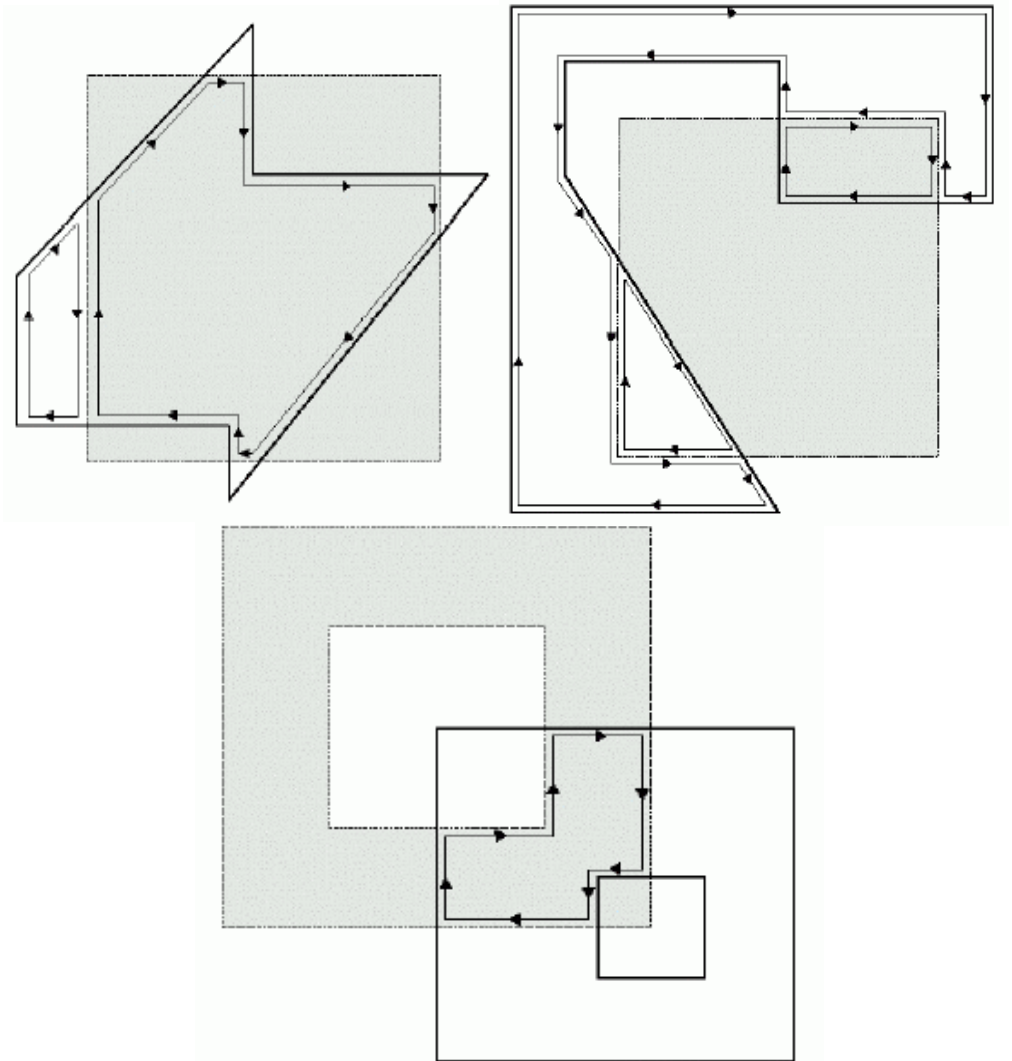
4.1.1. Percorra a lista OBJ, copiando cada vértice encontrado para uma nova lista POLÍGONO, até encontrar a próxima intersecção.

4.1.2. Siga o ponteiro deste vértice para a lista CLIP e continue o percurso, copiando cada vértice encontrado para a lista POLÍGONO, até encontrar a próxima intersecção. Se for de entrada, retire este vértice da lista de ENTRADA.

4.1.3. Siga o ponteiro para a lista OBJ e retorne ao passo 4.1.1., alternando listas, até encontrar o vértice inicial.

4.2. Copie o conteúdo de POLÍGONO para uma lista LPOLI de polígonos encontrados e retorne ao passo 4.1.

**Figura 3.52.** Exemplos de Weiler-Atherton segundo Winfried Kurth, Universidade de Cottbus, Alemanha. Em cinza sempre a janela de recorte.



Existe um conjunto de técnicas bastante simples para recorte eficiente de curvas baseado na idéia de se usar o casco convexo da curva, que em curvas cúbicas é um losango, para testar se a curva se encontra totalmente dentro, totalmente fora ou parcialmente dentro da window. A partir daí pode-se utilizar diferentes graus de refina-

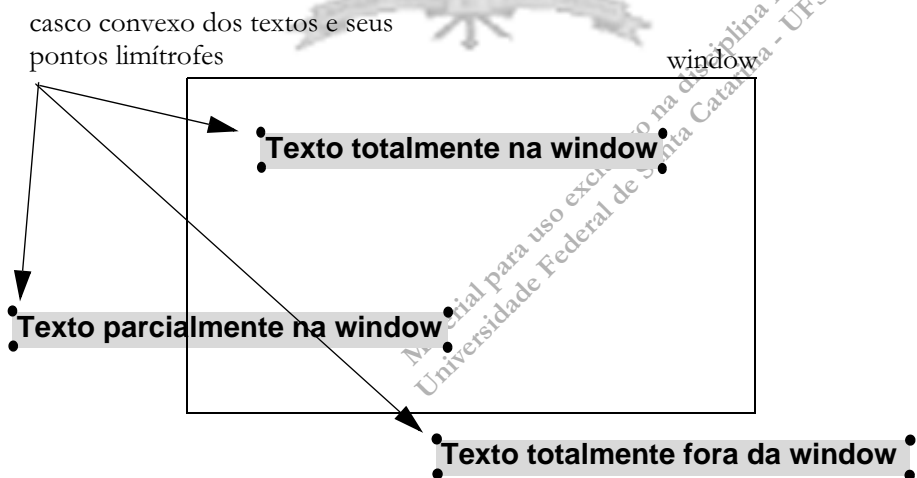
mento para determinar o ponto da curva que entra ou sai da window. Um algoritmo bastante utilizado para isso é denominado *Bézier-Clipping* justamente por se aproveitar da propriedade de casco convexo das curvas de Bézier e uma excelente análise dele, além de outras referências, se encontram em [Nishi90][Nishi98].

**Recorte de círculos** Para o recorte de círculos usa-se as coordenadas de quadrantes individuais, dividindo o círculo em quadrantes e verificando a pertinência destes à window. Recursivamente o algoritmo divide as partes parcialmente contidas na window. Neste processo recursivo pode-se primeiramente gerar octantes e depois ir diminuindo no segmento onde a pertinência for parcial.

**Recorte de texto** O clipping de texto pode ser realizado de duas formas diferentes. Em ambas as formas utiliza-se um casco convexo, que é ou definido ao redor do texto todo ou ao redor de cada caractere:

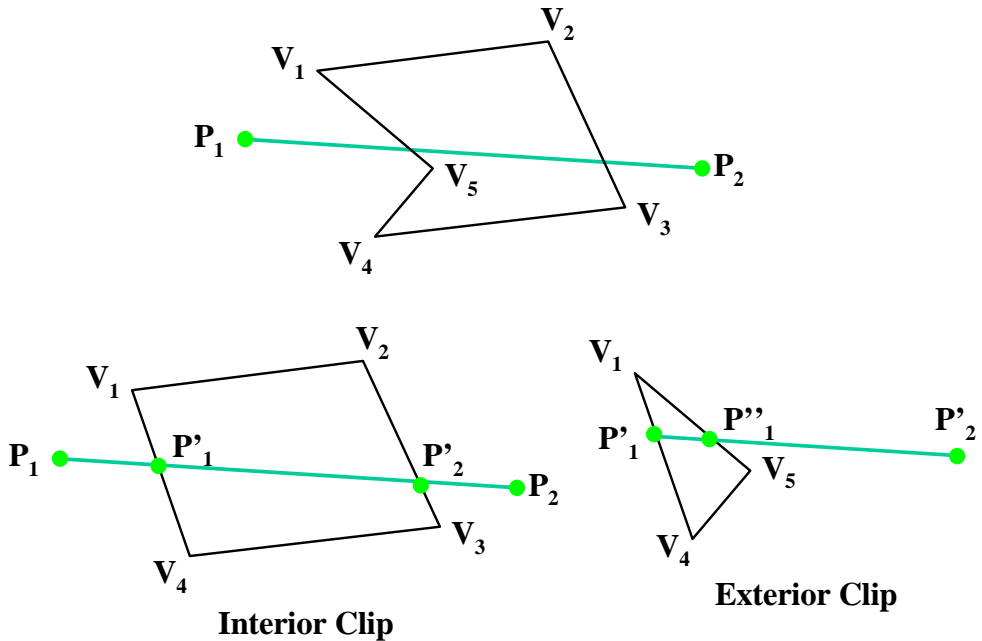
- *All-or-none string-clipping*: Tomar limites do casco convexo de um string como todo e verificar a pertinência total deste polígono à window utilizando a regra de pertinência dos pontos extremos;
- *All-or-none character-clipping*: Tomar limites do casco convexo de caracteres individuais pela regra de pertinência do ponto;

Figura 3.53. Recorte de texto pelo método *all-or-none string-clipping*



O método *all-or-none string-clipping* é o mais eficiente dos dois, mas possui a desvantagem de descartar strings parcialmente na window, como o texto mais à esquerda na figura 3.53.

Figura 3.54. Recorte exterior



O clipping nem sempre é aplicado somente para determinar a pertinência de objetos ao interior de um polígono. Algumas vezes podemos desejar realizar o recorte exterior, isto é, determinar que partes de um objeto estão de fora de um polígono.

#### Recorte exterior

Isto serve para salvar uma região externa e possui aplicação em sistemas de windows múltiplos e em sistemas de desenho, durante a montagem de layouts de páginas para design em softwares como Corel Draw, Adobe Photoshop, Paint Shop, Gimp e outros.

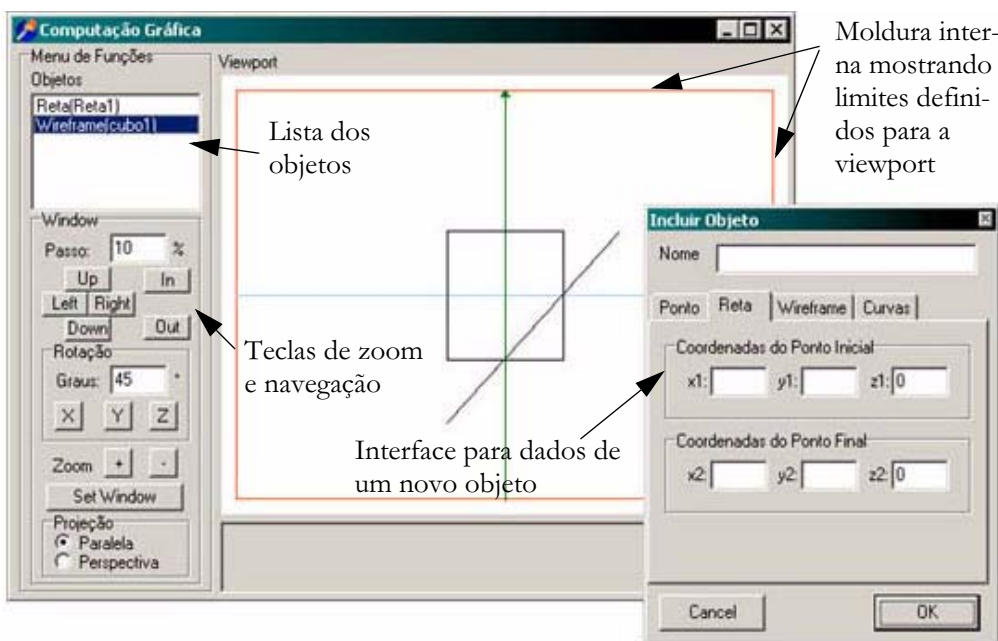
Ao realizar o recorte externo, utilizamos os mesmos procedimentos de recorte utilizados para o interior de polígonos côncavos, apenas tomando os pontos “externos” à região de recorte como sendo os pontos remanescentes no processo.

**3.18. EXERCÍCIO  
1.3: IMPLI-  
MENTANDO  
CLIPPING**

**Parte I: Implementando recorte para os objetos já existentes em seu SGI**

Implemente uma as principais técnicas de clípagem para windows retangulares vistas neste capítulo, usando clípagem de pontos e clípagem por C-S, L-B ou NLN para retas, de forma a integrá-las ao seu sistema gráfico de maneira que a transformada de viewport seja aplicada apenas aos objetos resultantes do clipping.

**Figura 3.55.** Exemplo de interface de usuário de uma realização do exercício proposto de forma a testar confortavelmente a clípagem.



Para ter certeza de que a clípagem está funcionando e não é o algoritmo de clípagem de pontos embutido no seu objeto de interface que está fazendo com que as linhas que você está desenhando sejam cortadas no lugar certo, faça sua viewport ser *menor* do que o seu objeto de desenho (canvas, subcanvas ou outra coisa que você escolheu), de maneira que a viewport inicie em coordenadas do tipo 10,10 e termine antes do fim da área de desenho, como mostra a figura abaixo, onde a viewport está limitada pela moldura imediatamente interna à área de desenho. Dessa forma, se o seu algoritmo clípar algo de forma incorreta, deixando de recortar algum ele-

mento, você vai enxergar imediatamente pois verá o objeto sair de dentro deste retângulo. Como forma de debugar seu exercício este é um subterfúgio excelente e torna desnecessário analisar os dados gerados para uma lista enorme de objetos clipados para testar o sistema.

## Parte II: Aumentando as capacidades de se SGI com cor e objetos preenchidos

Incremente agora o seu SGI estendendo a representação de seus objetos gráficos no display file para suportar cor e preenchimento. Para tanto crie dois novos atributos, cor e preenchimento na definição de sua classe de objeto2D.

O atributo cor deverá suportar a representação de cor utilizada pela linguagem de programação que você escolheu. Mais tarde, no Capítulo 11, vamos discutir a teoria da representação de cores em maiores detalhes. No momento você pode disponibilizar ao usuário um conjunto de cores básicas para ele escolher. A maioria das linguagens de programação define estas cores como constantes que podem ser utilizadas em programas.

O atributo preenchimento deverá ser uma variável booleana, que indica se um polígono fechado deve ser preenchido ou não. Observe que este atributo somente faz sentido para polígonos fechados e a lógica de seu programa deve levar isto em consideração, seja através da definição de uma hierarquia de diferentes classes de objetos 2D e da utilização de polimorfismo ou de outra técnica em linguagens de programação que não suportam polimorfismo. Não vamos discutir a modelagem de seu SGI aqui.

Com estes atributos deverá ser possível ao usuário definir objetos 2D poligonais preenchidos, que ao serem mostrados são desenhados como superfícies hachuradas ou preenchidas. Para implementar isto, utilize as funções de desenho de polígonos preenchidos fornecidas por sua linguagem de programação.

Para calcular a região visível de um polígono preenchido, que por sua vez é um novo polígono que deverá ser desenhado, implemente o algoritmo de Weiler-Atherton como algoritmo de recorte. Para simplificar a sua vida, considere apenas superfícies sem furos.



Material para uso exclusivo na disciplina INE5341  
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC