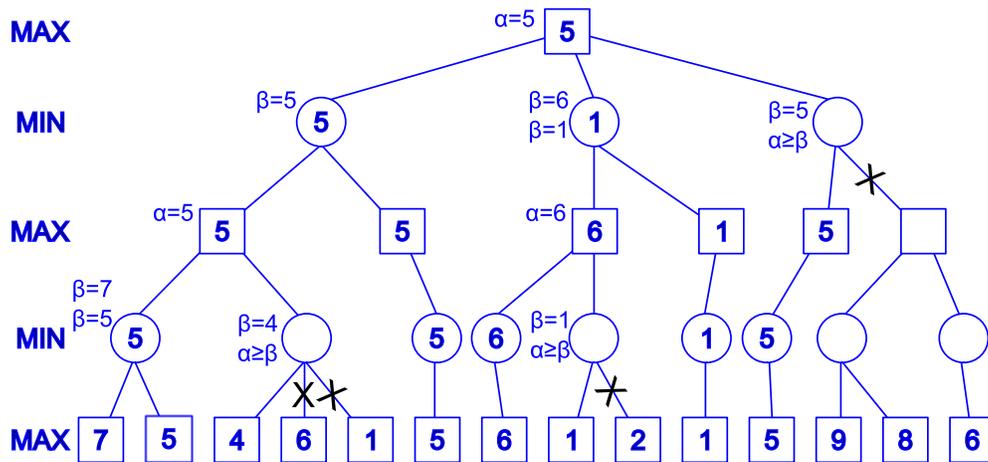
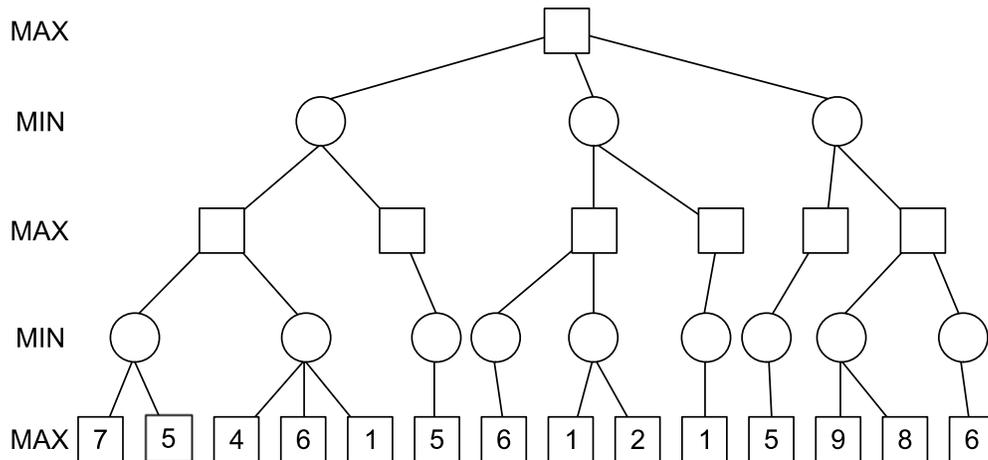


**Lista 2 – Sistemas Inteligentes (INE5633) – 2014s2**  
**Sistemas de Informação – Universidade Federal de Santa Catarina**

1. (Baseado em questão do POSCOMP 2009) Considere a árvore minimax abaixo representando um jogo, onde queremos maximizar o valor da função de utilidade. Simule a execução do algoritmo minimax com podas alfa-beta preenchendo os valores na árvore e indicando quais nodos serão podados.



2. Estude, entenda e teste os cinco primeiros exercícios resolvidos de Prolog em <http://www.inf.ufsc.br/~alexandre.silva/ine5416/exercicios/P-99/>.
3. (Aplicação da regra de Bayes) Há duas urnas contendo bolas coloridas. A primeira urna contém 50 bolas vermelhas e 50 bolas azuis. A segunda urna contém 30 bolas vermelhas e 70 bolas azuis. Uma das duas urnas é escolhida aleatoriamente (ambas urnas têm probabilidade 50% de ser escolhida) e, em seguida, uma bola é retirada ao acaso de uma das duas urnas. Se uma bola vermelha é revelada, qual é a probabilidade de que se trata da primeira urna?

Em termos probabilísticos, sabe-se que este problema pode ser formalizado da seguinte

---

maneira:

$$P(\text{vermelha} \mid \text{urna 1}) = 1/2$$

$$P(\text{vermelha} \mid \text{urna 2}) = 3/10$$

$$P(\text{urna 1}) = 1/2$$

$$P(\text{urna 2}) = 1/2$$

Uma probabilidade incondicional de revelar uma bola vermelha pode ser obtida usando a lei de probabilidade total:

$$\begin{aligned} P(\text{vermelha}) &= P(\text{vermelha} \mid \text{urna 1}) P(\text{urna 1}) + P(\text{vermelha} \mid \text{urna 2}) P(\text{urna 2}) \\ &= 1/2 \times 1/2 + 3/10 \times 1/2 \\ &= 2/5 \end{aligned}$$

Usando a regra de Bayes, obtém-se:

$$\begin{aligned} P(\text{urna 1} \mid \text{vermelha}) &= ( P(\text{vermelha} \mid \text{urna 1}) P(\text{urna 1}) ) / P(\text{vermelha}) \\ &= (1/2 \times 1/2) / (2/5) \\ &= 5/8 \end{aligned}$$

4. Considere o seguinte banco de dados:

ID	Idade	Renda	Estudante	Crédito	Compra_computador
1	≤30	alta	não	bom	não
2	≤30	alta	não	bom	não
3	31..40	alta	não	bom	sim
4	>40	média	não	bom	sim
5	>40	baixa	sim	bom	sim
6	>40	baixa	sim	excelente	não
7	31..40	baixa	sim	excelente	sim
8	≤30	média	não	bom	não
9	≤30	baixa	sim	bom	sim
10	>40	média	sim	bom	sim
11	≤30	média	sim	excelente	sim
12	31..40	média	não	excelente	sim
13	31..40	alta	sim	bom	sim
14	>40	média	não	excelente	não

Usando o Teorema de Bayes, classifique os seguintes valores:

- $X = (\text{Idade} \leq 30, \text{Renda} = \text{média}, \text{Estudante} = \text{sim}, \text{Crédito} = \text{bom})$
- $Y = \text{Compra\_computador} ?$

$P(Y=\text{sim})$  e  $P(Y=\text{não})$

$$P(Y=\text{sim}) = 9/14 = 0,643$$

$$P(Y=\text{não}) = 5/14 = 0,357 = 1 - P(Y=\text{sim})$$

$$P[\text{Idade} \leq 30 \mid Y=\text{sim}] = 2/9 = 0,222$$

$$P[\text{Idade} \leq 30 \mid Y=\text{não}] = 3/5 = 0,600$$

$$P[\text{Renda}=\text{média} \mid Y=\text{sim}] = 4/9 = 0,444$$

$$P[\text{Renda=média} \mid Y=\text{não}] = 2/5 = 0,400$$

$$P[\text{Estudante=sim} \mid Y=\text{sim}] = 6/9 = 0,667$$

$$P[\text{Estudante=sim} \mid Y=\text{não}] = 1/5 = 0,200$$

$$P[\text{Crédito=bom} \mid Y=\text{sim}] = 6/9 = 0,667$$

$$P[\text{Crédito=bom} \mid Y=\text{não}] = 2/5 = 0,400$$

Temos que:

$$P[X_1, X_2, \dots, X_d \mid C] = P(X_1 \mid C) P(X_2 \mid C) \dots P(X_d \mid C)$$

Ou na forma geral do Teorema de Bayes:

$$P(Y \mid X) = \frac{P(Y) \prod_{i=1}^d P(X_i \mid Y)}{P(X)}$$

Deste modo, temos:

$$P(X \mid Y=\text{sim}) = 0,222 * 0,444 * 0,667 * 0,667 = 0,044$$

$$P(X \mid Y=\text{não}) = 0,600 * 0,400 * 0,200 * 0,400 = 0,019$$

Pela lei da probabilidade total:

$$P(X) = P(X \mid Y=\text{sim}) * P(Y=\text{sim}) + P(X \mid Y=\text{não}) * P(Y=\text{não})$$

$$P(X) = 0,044 * 0,643 + 0,019 * 0,357 = 0,028 + 0,007 = 0,035$$

Aplicando o Teorema de Bayes:

$$P(X \mid Y=\text{sim}) * P(Y=\text{sim}) / P(X) = 0,044 * 0,643 / 0,035 = 0,8$$

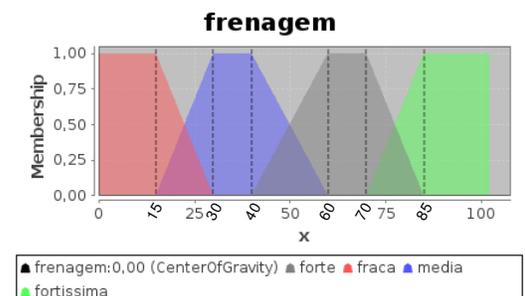
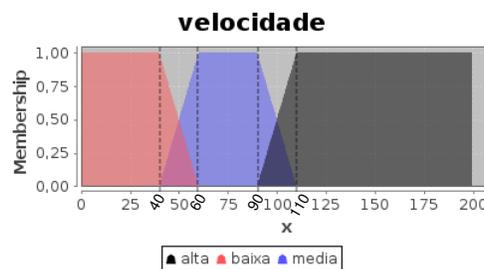
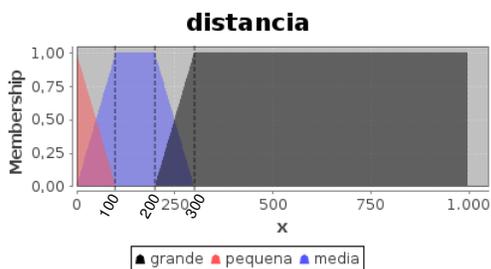
$$P(X \mid Y=\text{não}) * P(Y=\text{não}) / P(X) = 0,019 * 0,357 / 0,035 = 0,2$$

Ou seja,  $P(X \mid Y=\text{sim}) > P(X \mid Y=\text{não})$

Portanto, o classificador Bayesiano prediz que a tupla X é classificada na classe:

Compra\_computador = sim

5. Um sistema de controle *Fuzzy* quer determinar a porcentagem de frenagem de um veículo autônomo com base na distância (em metros) a um pedestre (por exemplo, atravessando a rua) e sua velocidade atual (em km/h). Foram modeladas as seguintes funções nebulosas:



E as seguintes regras lógicas:

- Regra 1 : IF distancia IS pequena AND velocidade IS baixa THEN frenagem IS media;
- Regra 2 : IF distancia IS pequena AND velocidade IS media THEN frenagem IS forte;
- Regra 3 : IF distancia IS pequena AND velocidade IS alta THEN frenagem IS fortissima;
- Regra 4 : IF distancia IS media AND velocidade IS baixa THEN frenagem IS fraca;
- Regra 5 : IF distancia IS media AND velocidade IS media THEN frenagem IS media;
- Regra 6 : IF distancia IS media AND velocidade IS alta THEN frenagem IS forte;
- Regra 7 : IF distancia IS grande AND velocidade IS baixa THEN frenagem IS fraca;
- Regra 8 : IF distancia IS grande AND velocidade IS media THEN frenagem IS fraca;
- Regra 9 : IF distancia IS grande AND velocidade IS alta THEN frenagem IS media;

Escolha um método qualquer de *defuzificação* e determine o grau de força de frenagem (de 0 a 100) necessário, considerando que o pedestre está a 25 metros e sua velocidade é de 60km/h.

Resposta:

- Valores y, nas funções, para x.distancia=25 e x.velocidade=60
  - distancia: pequena=0,75; media=0,25; grande=0,00
  - velocidade: baixa=0,00; media=1,00; alta=0,00
- Regra 1 : distancia.pequena AND velocidade.baixa = frenagem.media =  $\min(0,75; 0,00) = 0,00$
- Regra 2 : distancia.pequena AND velocidade.media = frenagem.forte =  $\min(0,75; 1,00) = 0,75$
- Regra 3 : distancia.pequena AND velocidade.alta = frenagem.fortissima =  $\min(0,75; 0,00) = 0,00$
- Regra 4 : distancia.media AND velocidade.baixa = frenagem.fraca =  $\min(0,25; 0,00) = 0,00$
- Regra 5 : distancia.media AND velocidade.media = frenagem.media =  $\min(0,25; 1,00) = 0,25$
- Regra 6 : distancia.media AND velocidade.alta = frenagem.forte =  $\min(0,25; 0,00) = 0,00$
- Regra 7 : distancia.grande AND velocidade.baixa = frenagem.fraca =  $\min(0,00; 0,00) = 0,00$
- Regra 8 : distancia.grande AND velocidade.media = frenagem.fraca =  $\min(0,00; 1,00) = 0,00$
- Regra 9 : distancia.grande AND velocidade.alta = frenagem.media =  $\min(0,00; 0,00) = 0,00$

Fuzzy Association Matrix (FAM):

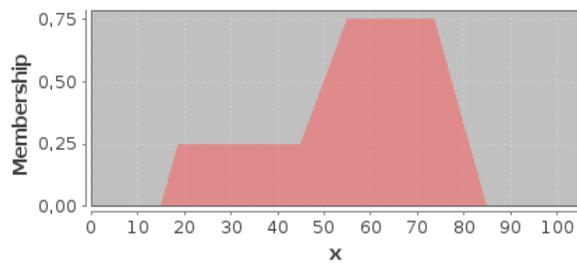
	distancia.pequena	distancia.media	distancia.grande
velocidade.baixa	frenagem.media 0,00	frenagem.fraca 0,00	frenagem.fraca 0,00
velocidade.media	frenagem.forte <b>0,75</b>	frenagem.media <b>0,25</b>	frenagem.fraca 0,00
velocidade.alta	frenagem.fortissima 0,00	frenagem.forte 0,00	frenagem.media 0,00

Tomando as regras “disparadas”:

- frenagem.media = 0,25
- frenagem.forte = 0,75

Ou seja, as funções de frenagem fraca e altíssima desaparecem (são saturadas em zero); a função de frenagem média é saturada em 0,25; e a função de frenagem forte é saturada em 0,75. Segue o resultado da sobreposição de todas as funções resultantes:

## frenagem



A partir desta composição, pode-se aplicar qualquer métodos de defuzificação:

- Centro de massa:  $x=56,2$
- Início de máximo:  $x=55,0$
- Média de máximo:  $x=65,0$

Considerando o centro de massa, o grau de força de frenagem é de 56,2%.

6. (POSCOMP 2010) Com base no conhecimento sobre Redes Neurais Artificiais, considere as afirmativas a seguir.

- A função booleana ou exclusivo (XOR) pode ser implementada usando uma rede perceptron de camada única.
- Redes Neurais Artificiais do tipo MLP ( Multilayer Perceptron ) são capazes de classificar padrões de entrada não linearmente separáveis.
- Retropropagação ( backpropagation ) é um algoritmo de aprendizagem supervisionada.
- Redes Neurais Artificiais são apropriadas para a prova automática de teoremas.

Assinale a alternativa correta.

- Somente as afirmativas I e IV são corretas.
- Somente as afirmativas II e III são corretas.
- Somente as afirmativas III e IV são corretas.
- Somente as afirmativas I, II e III são corretas.
- Somente as afirmativas I, II e IV são corretas.

Alternativa correta: (b)

7. (POSCOMP 2010) Considerando as Redes Neurais Artificiais, relacione a coluna da esquerda com a da direita.

- |  |   |
|--|---|
| (I) Algoritmo <i>Backpropagation</i> . | (A) Nome dado às redes neurais artificiais que possuem camadas ocultas. |
| (II) Perceptron.                       |   |
| (III) Redes Recorrentes.               |   |
| (IV) MLPs.                             |   |
| (V) Modelos conexionistas.             | (B) Nome alternativo que envolve a teoria de redes neurais artificiais. |

- (C) Técnica que implementa um declínio de gradiente no espaço de parâmetros, a fim de minimizar o erro de saída.
- (D) Redes neurais de alimentação direta com uma única camada.
- (E) Redes neurais artificiais com realimentação.

Assinale a alternativa que contém a associação correta.

- (a) I-A, II-B, III-C, IV-D, V-E.  
 (b) I-C, II-D, III-E, IV-A, V-B.  
 (c) I-C, II-B, III-A, IV-D, V-E.  
 (d) I-C, II-D, III-E, IV-B, V-A.  
 (e) I-A, II-C, III-E, IV-D, V-B.

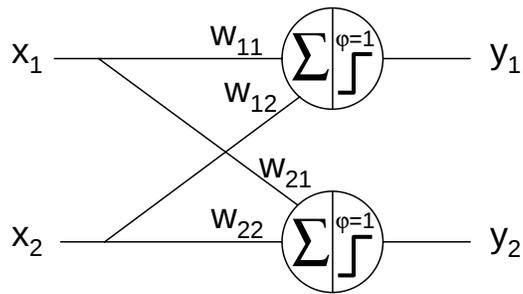
Alternativa correta: (b)

8. Considere a rede neural abaixo com entradas  $x_1$  e  $x_2$  e saídas  $y_1$  e  $y_2$ . Cada um dos dois neurônios têm limiar de ativação igual a  $\varphi = 1$ . Determine as saídas, supondo o seguinte ajuste de pesos de treinamento:

- $w_{11} = 1,66$
- $w_{12} = 0,83$
- $w_{21} = -7,00$
- $w_{22} = 10,00$

E os seguintes testes:

- **Teste 1:**  $x_1 = 0,0$  e  $x_2 = 0,5$
- **Teste 2:**  $x_1 = 0,3$  e  $x_2 = 0,1$
- **Teste 3:**  $x_1 = 0,7$  e  $x_2 = 0,3$
- **Teste 4:**  $x_1 = 0,6$  e  $x_2 = 0,9$



Resposta:

$$y_1 = (w_{11}x_1 + w_{12}x_2) > \varphi \quad y_1 = (1,66x_1 + 0,83x_2) > 1$$

$$y_2 = (w_{21}x_1 + w_{22}x_2) > \varphi \quad y_2 = (-7,00x_1 + 10,00x_2) > 1$$

Testes	$y_1$	$y_2$	Classe
1	0	1	A
2	0	0	B
3	1	0	C
4	1	1	D